

Maths in English

La matematica in inglese

Maths words in English for middle school (CLIL)

Le parole della matematica in inglese per la scuola media (CLIL)

Lorenzo Antiga

bozza 0.1

© 2026 Lorenzo Antiga. This work is licensed under a Creative Commons Attribution – NonCommercial – ShareAlike 4.0 International licence (CC BY-NC-SA 4.0). You may copy, share and adapt it, provided that you credit the author, do not use it for commercial purposes and share adapted works under the same licence.

© 2026 Lorenzo Antiga. Quest'opera è distribuita con licenza Creative Commons Attribuzione – Non commerciale – Condividi allo stesso modo 4.0 Internazionale (CC BY-NC-SA 4.0). Puoi copiarla, distribuirla e modificarla, a condizione di citare l'autore, di non usarla a fini commerciali e di distribuire le opere derivate con la stessa licenza.

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/deed.it>

Contents • Indice

Part 0 – Tools Parte 0 – Strumenti

Symbols and notation: Italy and the UK	Simboli e notazioni: Italia e Gran Bretagna	<i>in preparation</i>
Reading numbers and formulas aloud	Leggere numeri e formule ad alta voce	<i>in preparation</i>
The verbs in exercise instructions	I verbi delle consegne	<i>in preparation</i>
How to read a word problem	Come si legge un problema	<i>in preparation</i>

Part 1 – Arithmetic Parte 1 – Aritmetica

Natural numbers and the decimal system	I numeri naturali e il sistema decimale	4
The four operations and their properties	Le quattro operazioni e le proprietà	14
Powers	Le potenze	23
Divisibility, divisors and prime numbers	Divisibilità, divisori e numeri primi	32
Multiples and least common multiple	Multipli e minimo comune multiplo	42
Highest common factor	Il massimo comune divisore	54
Fractions	Le frazioni	63
Decimal numbers	I numeri decimali	<i>in preparation</i>
Ratios and proportions	Rapporti e proporzioni	<i>in preparation</i>
Percentages	Le percentuali	<i>in preparation</i>
Square root	La radice quadrata	<i>in preparation</i>
Positive and negative numbers	I numeri relativi	<i>in preparation</i>
Data, statistics and probability	Dati, statistica e probabilità	<i>in preparation</i>

Part 2 – Geometry Parte 2 – Geometria

Point, line, plane	Punto, retta, piano	75
Angles	Gli angoli	84
Measures and the metric system	Le misure e il sistema metrico	<i>in preparation</i>
Triangles	I triangoli	<i>in preparation</i>
Quadrilaterals and polygons	I quadrilateri e i poligoni	<i>in preparation</i>
Perimeter and area	Perimetro e area	94

Circumference and circle	Circonferenza e cerchio	<i>in preparation</i>
Geometric transformations	Le trasformazioni geometriche	<i>in preparation</i>
Solids: surface area and volume	I solidi: superficie e volume	<i>in preparation</i>
The Cartesian plane	Il piano cartesiano	<i>in preparation</i>

Part 3 – Algebra Parte 3 – Algebra

Algebraic expressions	Le espressioni letterali	<i>in preparation</i>
Monomials and polynomials	Monomi e polinomi	<i>in preparation</i>
Linear equations	Le equazioni di primo grado	<i>in preparation</i>
Proportionality and functions	Proporzionalità e funzioni	<i>in preparation</i>

Natural numbers and the decimal system

I numeri naturali e il sistema decimale

What you will learn • Che cosa impari

- Know the set of natural numbers $\mathbb{N}$.
Conoscere l'insieme dei numeri naturali $\mathbb{N}$.
- Understand the place value of digits: u, da, h, k.
Capire il valore posizionale delle cifre: u, da, h, k.
- Use the words previous, next, even, odd.
Usare le parole precedente, successivo, pari, dispari.
- Round down and round up; read Roman numerals.
Arrotondare per difetto e per eccesso; leggere i numeri romani.

Key words • Le parole chiave

ENGLISH	ITALIANO
natural number	il numero naturale pl. numeri naturali
set of natural numbers ($\mathbb{N}$)	l' insieme dei numeri naturali ($\mathbb{N}$)
digit (one of 0–9) The number 352 has three digits: 3, 5 and 2.	la cifra pl. cifre Il numero 352 ha tre cifre: 3, 5 e 2.
decimal system	il sistema decimale
place value The same digit is worth more or less depending on its position: in 33 the first 3 is worth 30.	il valore posizionale La stessa cifra vale di più o di meno secondo la posizione: in 33 il primo 3 vale 30.
units (u)	l' unità (u) pl. unità
tens (da)	le decine (da)
hundreds (h)	le centinaia (h)
thousands (k)	le migliaia (k)
previous (number)	precedente
next (number)	successivo

ENGLISH

even

It does not change in the plural: i numeri pari.

odd

It does not change in the plural: i numeri dispari.

number line

ITALIANO

pari

Non cambia al plurale: i numeri pari.

dispari

Non cambia al plurale: i numeri dispari.

la retta dei numeri

Basic · Livello 1

basic words and rules, everything translated into Italian. parole e regole di base, tutto tradotto in italiano.

Advanced · Livello 2

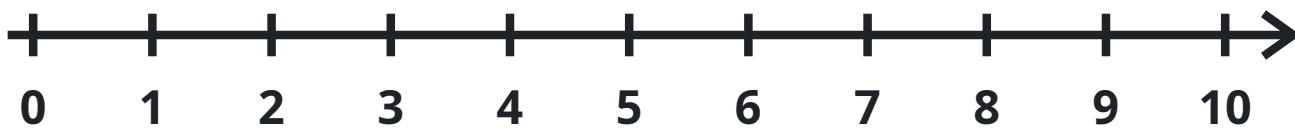
the language of English textbooks: Italian is only a help. il linguaggio del libro di testo: l'italiano è solo un aiuto.

Basic · Livello 1

Natural numbers I numeri naturali

Natural numbers are the numbers we use for counting: 0, 1, 2, 3, 4, ... Their set is called $\mathbb{N}$.

I **numeri naturali** sono i numeri che usiamo per contare: 0, 1, 2, 3, 4, ... Il loro insieme si chiama $\mathbb{N}$.



the number line

la retta dei numeri

The first natural number is **0**.

Il primo numero naturale è **0**.

Natural numbers are **infinite**: there is no last number.

I numeri naturali sono **infiniti**: non c'è un ultimo numero.

Every number has a **next** number: the next number after 7 is 8.

Ogni numero ha un **successivo**: il successivo di 7 è 8.

Every number (except 0) has a **previous** number: the number before 7 is 6.

Ogni numero (tranne 0) ha un **precedente**: il precedente di 7 è 6.

Basic · Livello 1

Even and odd Pari e dispari

even: they end in 0, 2, 4, 6, 8 (they can be divided by 2)

pari: finiscono con 0, 2, 4, 6, 8 (si dividono per 2)

odd: they end in 1, 3, 5, 7, 9

dispari: finiscono con 1, 3, 5, 7, 9

EXAMPLE · ESEMPIO

pari: 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, ... dispari: 1, 3, 5, 7, 9, 11, ...

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

In English **even** = pari and **odd** = dispari. Careful: «odd» also means «strange»!

In inglese **even** = pari e **odd** = dispari. Attenzione: «odd» vuol dire anche «strano»!

Basic · Livello 1**Place value** Il valore posizionale

Our system is **decimal**: 10 units make 1 ten, 10 tens make 1 hundred, ... Each digit is worth more or less depending on its **position**.

Il nostro sistema è **decimale**: 10 unità formano 1 decina, 10 decine formano 1 centinaio, ... Ogni cifra vale di più o di meno secondo la sua **posizione**.

	hk	dak	uk	h	da	u
in italiano	centinaia di migliaia	decine di migliaia	unità di migliaia	centinaia	decine	unità
English	hundred thousands	ten thousands	thousands	hundreds	tens	units
345.678	3	4	5	6	7	8

EXAMPLE · ESEMPIO

In 5.382:

In 5.382:

5 → 5 migliaia = 5.000 3 → 3 centinaia = 300 8 → 8 decine = 80 2 → 2 unità = 2

The digit **0** is important: in **704** the 0 tells you there are no tens.

La cifra **0** è importante: in **704** lo 0 dice che non ci sono decine.

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

In English the places are called **units** (or **ones**), **tens**, **hundreds**, **thousands**, **ten thousands**, **hundred thousands**. The value of a digit is its **place value**. English textbooks separate thousands with a **comma**: 345,678 (in Italy 345.678).

In inglese le posizioni si chiamano **units** (o **ones**), **tens**, **hundreds**, **thousands**, **ten thousands**, **hundred thousands**. Il valore di una cifra si chiama **place value**. Nei libri inglesi le migliaia si separano con la **virgola**: 345,678 (in Italia 345.678).

WRITTEN · SI SCRIVE

READ ALOUD · SI LEGGE

254 < 263

«two hundred and fifty-four is less than two hundred and sixty-three»
 duecentocinquantaquattro è minore di duecentosessantatré

1.000 > 999

«one thousand is greater than nine hundred and ninety-nine»
 mille è maggiore di novecentonovantanove

REMEMBER · RICORDA

To compare two numbers: the one with **more digits** is greater. If they have the same number of digits, compare them **from the left**.

Per confrontare due numeri: chi ha **più cifre** è maggiore. Se hanno le stesse cifre, si confronta **da sinistra**.

EXAMPLE · ESEMPIO

Put in increasing order: 302, 32, 320, 23

Ordina in ordine crescente: 302, 32, 320, 23

$23 < 32 < 302 < 320$

Expanded form La scrittura polinomiale

Every number can be written as the **sum** of the values of its digits. In textbooks this is called **scrittura polinomiale** (expanded form).

Ogni numero si può scrivere come **somma** dei valori delle sue cifre. Nei libri si chiama **scrittura polinomiale** (o forma polinomiale).

EXAMPLE · ESEMPIO

$3.456 = 3 \times 1.000 + 4 \times 100 + 5 \times 10 + 6 \times 1$

$7.205 = 7 \times 1.000 + 2 \times 100 + 0 \times 10 + 5 \times 1$

With powers of 10: $3.456 = 3 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 5 \times 10 + 6$.

Con le potenze di 10 (unità sulle potenze): $3.456 = 3 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 5 \times 10 + 6$.

Rounding down and rounding up

Arrotondare: per difetto e per eccesso

approximate **by defect** (round down): towards the smaller number

approssimare **per difetto**: verso il numero più piccolo

approximate **by excess** (round up): towards the larger number

approssimare **per eccesso**: verso il numero più grande

EXAMPLE · ESEMPIO

3.456 to the nearest hundred:

3.456 alle centinaia:

per difetto: 3.400 per eccesso: 3.500

REMEMBER · RICORDA

Rounding: look at the **next** digit. If it is 0, 1, 2, 3, 4 → round down. If it is 5, 6, 7, 8, 9 → round up.

Arrotondare: guarda la cifra **dopo**. Se è 0, 1, 2, 3, 4 → per difetto. Se è 5, 6, 7, 8, 9 → per eccesso.

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

In English «arrotonda alle centinaia» is **round to the nearest hundred**. Per difetto = **round down**, per eccesso = **round up**.

In inglese «arrotonda alle centinaia» si dice **round to the nearest hundred**. Per difetto = **round down**, per eccesso = **round up**.

EXAMPLE · ESEMPIO

3.456 alle centinaia → la cifra dopo è 5 → 3.500

3.426 alle centinaia → la cifra dopo è 2 → 3.400

Roman numerals I numeri romani

In Italy Roman numerals are still used: for **centuries** (the 21st century), book chapters, and the names of kings and popes.

In Italia i numeri romani si usano ancora: per i **secoli** (il XXI secolo), i capitoli dei libri, i nomi dei re e dei papi.

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1.000

REMEMBER · RICORDA

A symbol **to the right** of a bigger one is **added**: VI = 5 + 1 = 6. A symbol **to the left** of a bigger one is **subtracted**: IV = 5 – 1 = 4.

Un simbolo **a destra** di uno più grande si **aggiunge**: VI = 5 + 1 = 6. Un simbolo **a sinistra** di uno più grande si **toglie**: IV = 5 – 1 = 4.

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

In English centuries are written with ordinary numbers: «the **21st** century» (twenty-first century), not with Roman numerals.

In inglese i secoli si scrivono con i numeri normali: «the **21st** century» (twenty-first century), non con i numeri romani.

EXAMPLE · ESEMPIO

IX = 9 XIV = 14 XL = 40 XC = 90 MMXXV = 2025

Exercises • Esercizi

1

Basic • Livello 1

Match each English word to its Italian translation.

Collega ogni parola italiana alla sua traduzione.

1 even

2 odd

3 previous (number)

4 next (number)

5 digit (one of 0–9)

6 tens (da)

A precedente

B dispari

C pari

D cifra

E successivo

F decine (da)

2

Basic • Livello 1

Write the previous and the next number.

Scrivi il precedente e il successivo.

a. _____ < 100 < _____

b. _____ < 2.000 < _____

c. _____ < 409 < _____

3

Basic • Livello 1

What is each digit worth in the number 5.382? Use the numbers in the box.

Quanto vale ogni cifra nel numero 5.382? Usa i numeri del riquadro.

5.000 300 80 2

a. the digit 5 is worth _____

b. the digit 3 is worth _____

c. the digit 8 is worth _____

d. the digit 2 is worth _____

4

Basic · Livello 1

True (V) or false (F)?

Vero (V) o falso (F)?

- a. 0 is a natural number.
- b. The number after 99 is 98.
- c. 15 is an even number.
- d. In 704 the digit 0 shows that there are no tens.
- e. There are infinitely many natural numbers.

V	F
V	F
V	F
V	F
V	F

5

Advanced · Livello 2

Round as shown.

Arrotonda come indicato.

- a. 4.638 to the nearest hundred → _____
- b. 4.651 to the nearest hundred → _____
- c. 12.499 to the nearest thousand → _____
- d. 87 to the nearest ten → _____

6

Advanced · Livello 2

Roman numerals: write in ordinary digits or in Roman numerals.

Numeri romani: scrivi in cifre arabe o in cifre romane.

- a. XIV = _____
- b. XL = _____
- c. MMXXV = _____
- d. 19 = _____

7

Advanced · Livello 2

Write in expanded form.

Scrivi in forma polinomiale.

- a. 7.205 = _____
- b. 60.430 = _____

Complete with the English words in the box.

Completa con le parole inglesi del riquadro.

even odd digits place value round

- a. 6, 14 and 30 are _____ numbers.
- b. 7, 13 and 21 are _____ numbers.
- c. The number 352 has three _____.
- d. In 352 the _____ of the digit 5 is 50.
- e. To _____ 3,456 to the nearest hundred, look at the tens digit.

Solutions • Soluzioni – Natural numbers and the decimal system

1. 1-C, 2-B, 3-A, 4-E, 5-D, 6-F
2. a) $99 < 100 < 101$
b) $1.999 < 2.000 < 2.001$
c) $408 < 409 < 410$
3. a) 5.000, b) 300, c) 80, d) 2
4. a) V, b) F, c) F, d) V, e) V
5. a) 4.600
b) 4.700
c) 12.000
d) 90
6. a) 14
b) 40
c) 2025
d) XIX
7. a) $7 \times 1.000 + 2 \times 100 + 0 \times 10 + 5 \times 1$
b) $6 \times 10.000 + 0 \times 1.000 + 4 \times 100 + 3 \times 10 + 0 \times 1$
8. a) even, b) odd, c) digits, d) place value, e) round

The four operations and their properties

Le quattro operazioni e le proprietà

What you will learn • Che cosa impari

- Know the names of the terms of each operation.
Conoscere i nomi dei termini di ogni operazione.
- Do long division the Italian way.
Fare la divisione in colonna come in Italia.
- Work out expressions in the right order.
Calcolare le espressioni nell'ordine giusto.
- Recognise and use the properties of operations.
Riconoscere e usare le proprietà delle operazioni.

Key words • Le parole chiave

ENGLISH	ITALIANO
addend	l' addendo pl. addendi
sum (result of an addition)	la somma pl. somme
minuend	il minuendo pl. minuendi
subtrahend	il sottraendo pl. sottraendi
difference (result of a subtraction)	la differenza pl. differenze
factor (each number in a multiplication)	il fattore pl. fattori
product (result of a multiplication)	il prodotto pl. prodotti
dividend	il dividendo pl. dividendi
divisor	il divisore (nella divisione) pl. divisori
quotient (result of a division)	il quoziente pl. quozienti

ENGLISH

ITALIANO

remainder

il **resto**

pl. resti

expression

l' **espressione**

pl. espressioni

commutative property

la **proprietà commutativa**

distributive property

la **proprietà distributiva****Basic · Livello 1**

basic words and rules, everything translated into Italian. parole e regole di base, tutto tradotto in italiano.

Advanced · Livello 2

the language of English textbooks: Italian is only a help. il linguaggio del libro di testo: l'italiano è solo un aiuto.

Basic · Livello 1**The names of the terms** I nomi dei termini

operazione · operation

termini · terms

risultato · result

addizione addition · $8 + 5 = 13$ 8, 5 = **addendi** · addend13 = **somma** · sum**sottrazione** subtraction · $20 - 7 = 13$ 20 = **minuendo** · minuend
7 = **sottraendo** · subtrahend13 = **differenza** · difference**moltiplicazione** multiplication · $6 \times 4 = 24$ 6, 4 = **fattori** · factor24 = **prodotto** · product**divisione** division · $17 : 5 = 3$ resto 217 = **dividendo** · dividend
5 = **divisore** · divisor3 = **quoziente** · quotient
2 = **resto** · remainder**⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE**

In English the results are called **sum**, **difference**, **product** and **quotient**; in division there is also the **remainder** (resto). «Minuendo» and «sottraendo» are hardly ever used in English.

In inglese i risultati si chiamano **sum**, **difference**, **product** e **quotient**; nella divisione c'è anche il **remainder** (resto). «Minuendo» e «sottraendo» in inglese quasi non si usano.

Basic · Livello 1**Long division** La divisione in colonna

In Italy the **dividend** goes on the left, the **divisor** on the right, and the **quotient** under the divisor.

In Italia il **dividendo** sta a sinistra, il **divisore** a destra, il **quoziente** sotto il divisore.

$$\begin{array}{r}
 157 \overline{) 12} \\
 \underline{12} \\
 37 \\
 \underline{36} \\
 1
 \end{array}$$

$$157 : 12 = 13 \text{ resto } 1$$

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

In the UK long division is written differently (the «bus stop» method): the divisor on the left, the dividend under a line, the quotient on top. The calculation is the same!

In Gran Bretagna la divisione in colonna si scrive in un altro modo: il divisore a sinistra, il dividendo sotto una linea, il quoziente sopra. Il calcolo è lo stesso!

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

The calculation is the same; only **where the numbers are written** changes. Many Italian teachers don't make you write the products (12, 36): you write only the remainder.

Il calcolo è lo stesso, cambia solo **dove si scrivono i numeri**. Molti insegnanti italiani non fanno scrivere i prodotti (12, 36): si scrive solo il resto.

REMEMBER · RICORDA

Checking a division: quotient $\times$ divisor + remainder = dividend. $12 \times 13 + 1 = 157 \checkmark$

La prova della divisione: quoziente $\times$ divisore + resto = dividendo. $12 \times 13 + 1 = 157 \checkmark$

zero divided by five is zero

$$0 : 5 = 0$$

five divided by zero is **impossible**

$$5 : 0 \rightarrow \text{impossibile}$$

Basic · Livello 1

The order of operations in expressions

L'ordine delle operazioni nelle espressioni

1. First the operations **inside brackets**: (), then [], then { }.

Prima le operazioni **dentro le parentesi**: (), poi [], poi { }.

2. Then **powers**.

Poi le **potenze**.

3. Then **multiplication and division**, from left to right.

Poi **moltiplicazioni e divisioni**, da sinistra a destra.

4. Finally **addition and subtraction**, from left to right.

Alla fine **addizioni e sottrazioni**, da sinistra a destra.

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

In the UK many students remember this order with the word **BODMAS** (or BIDMAS). This word is not used in Italy, but the order is the same.

In Gran Bretagna molti studenti ricordano questo ordine con la parola **BODMAS** (o BIDMAS). In Italia questa parola non si usa, ma l'ordine è lo stesso.

EXAMPLE · ESEMPIO

$$5 + 3 \times 4 = 5 + 12 = 17 \quad (\text{non } 8 \times 4 = 32!)$$

$$20 - 8 : 2 \times 3 = 20 - 4 \times 3 = 20 - 12 = 8$$

$$(5 + 3) \times 4 = 8 \times 4 = 32$$

Advanced · Livello 2

Properties of operations Le proprietà delle operazioni

proprietà	esempio	English
commutativa (+, ×)	$8 + 5 = 5 + 8$ $4 \times 7 = 7 \times 4$	commutative property
associativa (+, ×)	$(6 + 7) + 3 = 6 + (7 + 3)$ $(5 \times 2) \times 9 = 5 \times (2 \times 9)$	associative property
dissociativa (+, ×)	$27 + 15 = 27 + 3 + 12$ $25 \times 12 = 25 \times 4 \times 3$	breaking a number into parts
distributiva	$7 \times (10 + 3) = 7 \times 10 + 7 \times 3$	distributive property
invariantiva (−)	$85 - 29 = 86 - 30 = 56$	invariance property of subtraction
invariantiva (÷)	$300 : 25 = 1.200 : 100 = 12$	invariance property of division

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

The **commutative** and **associative** properties work **only** for addition and multiplication, not for subtraction and division: $10 - 3 \neq 3 - 10$.

Le proprietà **commutativa** e **associativa** valgono **solo** per addizione e moltiplicazione, non per sottrazione e divisione: $10 - 3 \neq 3 - 10$.

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

In English the properties have almost the same names: **commutative**, **associative**, **distributive** (law or property). The «dissociativa» and «invariantiva» properties have no name in English textbooks: only the method is explained.

In inglese le proprietà hanno quasi lo stesso nome: **commutative**, **associative**, **distributive** (law o property). La «dissociativa» e l'«invariantiva» nei libri inglesi non hanno un nome: si spiega solo il metodo.

Identity element and absorbing element

Elemento neutro ed elemento assorbente

0 is the identity element of addition: $7 + 0 = 7$

0 è l'elemento neutro dell'addizione: $7 + 0 = 7$

1 is the identity element of multiplication: $7 \times 1 = 7$

1 è l'elemento neutro della moltiplicazione: $7 \times 1 = 7$

0 is the absorbing element of multiplication: $7 \times 0 = 0$

0 è l'elemento assorbente della moltiplicazione: $7 \times 0 = 0$

Quick calculation with the properties

Calcolo veloce con le proprietà

EXAMPLE · ESEMPIO

$$25 \times 36 = 25 \times 4 \times 9 = 100 \times 9 = 900 \quad (\text{dissociativa})$$

$$99 \times 6 = (100 - 1) \times 6 = 600 - 6 = 594 \quad (\text{distributiva})$$

$$46 + 38 + 54 = (46 + 54) + 38 = 100 + 38 = 138 \quad (\text{commutativa e associativa})$$

$$420 : 15 = 840 : 30 = 28 \quad (\text{invariantiva})$$

Textbook instructions · Le consegne del libro

Calculate using the distributive property.

Esegui applicando la proprietà distributiva.

Work out the value of the expression.

Calcola il valore dell'espressione.

Do the long division and check it.

Esegui la divisione in colonna e fai la prova.

Which property has been used?

Quale proprietà è stata applicata?

Exercises • Esercizi

1

Basic • Livello 1

Match each English word to its Italian translation.

Collega ogni parola italiana alla sua traduzione.

1 addend

2 minuend

3 subtrahend

4 dividend

5 quotient (result of a division)

6 remainder

A quoziente

B sottraendo

C addendo

D dividendo

E resto

F minuendo

2

Basic • Livello 1

Work out the value of the expressions.

Calcola il valore delle espressioni.

a. $6 + 4 \times 5 =$ _____

b. $30 - 12 : 3 =$ _____

c. $(6 + 4) \times 5 =$ _____

d. $18 : 3 \times 2 =$ _____

3

Basic • Livello 1

True (V) or false (F)?

Vero (V) o falso (F)?

a. Division by 0 is impossible.

b. In an expression you always do addition first.

c. $0 : 7 = 0$

d. In Italy the quotient is written under the divisor.

e. $5 + 3 \times 2 = 16$

V	F
V	F
V	F
V	F
V	F

4**Advanced · Livello 2****Do the long division and check it.**

Esegui la divisione in colonna e fai la prova.

a. $935 : 8 =$ _____

b. $2.604 : 12 =$ _____

5**Advanced · Livello 2****Which property has been used?**

Quale proprietà è stata applicata?

a. $4 \times (5 + 2) = 4 \times 5 + 4 \times 2$

- ☐ commutative
☐ distributive
☐ associative

b. $13 + 8 = 8 + 13$

- ☐ commutative
☐ breaking a number into parts
☐ invariance

c. $36 \times 5 = 9 \times 4 \times 5$

- ☐ distributive
☐ invariance
☐ breaking a number into parts

6**Advanced · Livello 2****Calculate mentally using the properties.**

Calcola a mente usando le proprietà.

a. $25 \times 36 =$ _____

b. $99 \times 7 =$ _____

c. $46 + 38 + 54 =$ _____

d. $420 : 15 =$ _____

Complete with the English words in the box.

Completa con le parole inglesi del riquadro.

sum difference product quotient remainder

- a. In $8 + 5 = 13$, the number 13 is the _____.
- b. In $20 - 7 = 13$, the number 13 is the _____.
- c. In $6 \times 4 = 24$, the number 24 is the _____.
- d. In $17 \div 5 = 3$ remainder 2, the number 3 is the _____.
- e. In $17 \div 5 = 3$ remainder 2, the number 2 is the _____.

Solutions · Soluzioni – The four operations and their properties

1. 1-C, 2-F, 3-B, 4-D, 5-A, 6-E

2. a) $6 + 20 = 26$

b) $30 - 4 = 26$

c) $10 \times 5 = 50$

d) $6 \times 2 = 12$

3. a) V, b) F, c) V, d) V, e) F

4. a) 116 resto 7; prova: $116 \times 8 + 7 = 935$

b) 217; prova: $217 \times 12 = 2.604$

5. a) distributiva, b) commutativa, c) dissociativa

6. a) $25 \times 4 \times 9 = 900$

b) $700 - 7 = 693$

c) $100 + 38 = 138$

d) $840 : 30 = 28$

7. a) sum, b) difference, c) product, d) quotient, e) remainder

Powers

Le potenze

What you will learn • Che cosa impari

- Understand what a power is: base and exponent.
Capire che cos'è una potenza: base ed esponente.
- Read powers aloud.
Leggere le potenze ad alta voce.
- Know the special cases and the powers of 10.
Conoscere i casi particolari e le potenze di 10.
- Use the properties of powers and scientific notation.
Usare le proprietà delle potenze e la notazione scientifica.

Key words • Le parole chiave

ENGLISH	ITALIANO
power	la potenza pl. potenze
base	la base pl. basi
exponent	l' esponente pl. esponenti
to raise to a power	elevare a potenza
squared 5 ² is read «cinque al quadrato» or «cinque alla seconda».	al quadrato 5 ² si legge «cinque al quadrato» oppure «cinque alla seconda».
cubed	al cubo
power of 10	la potenza di 10 pl. potenze di 10
same base	stessa base
scientific notation	la notazione scientifica
meaningless «0 ⁰ is meaningless.»	privo di significato «0 ⁰ è privo di significato.»

Basic · Livello 1

basic words and rules, everything translated into Italian. parole e regole di base, tutto tradotto in italiano.

Advanced · Livello 2

the language of English textbooks: Italian is only a help. il linguaggio del libro di testo: l'italiano è solo un aiuto.

Basic · Livello 1

What is a power? Che cos'è una potenza?

A **power** is a multiplication in which **all the factors are the same**.

Una **potenza** è una moltiplicazione con **fattori tutti uguali**.

EXAMPLE · ESEMPIO

$$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

the **base** (2): the factor that is repeated

la **base** (2): il fattore che si ripete

the **exponent** (4): how many times it is repeated

l'**esponente** (4): quante volte si ripete

the **power** (16): the result

la **potenza** (16): il risultato

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

2^3 is not 2×3 ! $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$. This is the most common mistake.

2^3 non è 2×3 ! $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$. È l'errore più frequente.

Basic · Livello 1

Reading powers Leggere le potenze

WRITTEN · SI SCRIVE**READ ALOUD · SI LEGGE**

5^2

«five squared · five to the power of two»
cinque al quadrato · cinque alla seconda

2^3

«two cubed · two to the power of three»
due al cubo · due alla terza

3^4

«three to the power of four»
tre alla quarta

10^6

«ten to the power of six»
dieci alla sesta

a^n

«a to the power of n»
a alla enne

REMEMBER · RICORDA

In English you say **to the power of**: 3^4 = «three to the power of four». For 2 and 3 you say **squared** and **cubed**: 5^2 = «five squared», 2^3 = «two cubed».

In inglese si dice **to the power of**: 3^4 = «three to the power of four». Per 2 e 3 si dice **squared** e **cubed**: 5^2 = «five squared», 2^3 = «two cubed».

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

English textbooks also call the exponent the **index** (plural **indices**): «the laws of indices» = the properties of powers.

Nei libri inglesi l'esponente si chiama anche **index** (plurale **indices**): «the laws of indices» = le proprietà delle potenze.

Basic · Livello 1**Special cases** Casi particolari

regola	esempio	English
$a^1 = a$	$7^1 = 7$	any number to the power of one is equal to itself
$a^0 = 1$ ($a \neq 0$)	$7^0 = 1$	any number other than 0 to the power of zero is equal to 1
$1^n = 1$	$1^5 = 1$	1 to any power is equal to 1
$0^n = 0$ ($n \neq 0$)	$0^3 = 0$	0 to any power other than 0 is equal to 0
0^0	privo di significato	meaningless

Basic · Livello 1**Powers of 10** Le potenze di 10**WRITTEN · SI SCRIVE****READ ALOUD · SI LEGGE**

$10^1 = 10$	«ten» dieci
$10^2 = 100$	«one hundred» cento
$10^3 = 1.000$	«one thousand» mille
$10^4 = 10.000$	«ten thousand» diecimila
$10^6 = 1.000.000$	«one million» un milione

REMEMBER · RICORDA

In powers of 10, the **exponent** tells you **how many zeros** come after the 1.

Nelle potenze di 10, l'**esponente** dice **quanti zeri** ci sono dopo l'1.

Basic · Livello 1**Powers in expressions** Le potenze nelle espressioni**REMEMBER · RICORDA**

Powers are worked out **before** multiplication and division (but after brackets).

Le potenze si calcolano **prima** delle moltiplicazioni e delle divisioni (ma dopo le parentesi).

EXAMPLE · ESEMPIO

$$2 + 3^2 = 2 + 9 = 11$$

$$(2 + 3)^2 = 5^2 = 25$$

$$4 \times 2^3 = 4 \times 8 = 32$$

Advanced · Livello 2**Properties of powers** Le proprietà delle potenze

proprietà	regola	esempio	English
prodotto di potenze con la stessa base	$a^m \times a^n = a^{m+n}$	$2^3 \times 2^4 = 2^7$	same base, multiplication: add the exponents
quoziente di potenze con la stessa base	$a^m : a^n = a^{m-n}$	$5^6 : 5^2 = 5^4$	same base, division: subtract the exponents
potenza di potenza	$(a^m)^n = a^{m \times n}$	$(3^2)^3 = 3^6$	power of a power: multiply the exponents
prodotto di potenze con lo stesso esponente	$a^n \times b^n = (a \times b)^n$	$2^3 \times 5^3 = 10^3$	same exponent: multiply the bases
quoziente di potenze con lo stesso esponente	$a^n : b^n = (a : b)^n$	$12^4 : 4^4 = 3^4$	same exponent: divide the bases

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

There is no property for **addition**: $2^3 + 2^4$ is **not** 2^7 . You calculate: $8 + 16 = 24$.

Non esiste una proprietà per l'**addizione**: $2^3 + 2^4$ **non** è 2^7 . Si calcola: $8 + 16 = 24$.

Textbook instructions · Le consegne del libro

Use the **properties** of powers.

Applica le **proprietà** delle potenze.

Write as a **single power**.

Scrivi sotto forma di **unica potenza**.

Write the number **in scientific notation**.

Esprimi il numero **in notazione scientifica**.

Advanced · Livello 2

Scientific notation La notazione scientifica

Very large numbers are written as a number between 1 and 10 **times** a power of 10.

I numeri molto grandi si scrivono come un numero tra 1 e 10 **per** una potenza di 10.

WRITTEN · SI SCRIVE

READ ALOUD · SI LEGGE

3.200.000 = $3,2 \times 10^6$

«three point two times ten to the power of six»
tre virgola due per dieci alla sesta

150.000.000 km = $1,5 \times 10^8$ km

«one point five times ten to the power of eight kilometres»
uno virgola cinque per dieci all'ottava chilometri

The power of 10 shows the **order of magnitude** of the number: 10^6 = millions, 10^8 = hundreds of millions.

La potenza di 10 indica l'**ordine di grandezza** del numero: 10^6 = milioni, 10^8 = centinaia di milioni.

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

In Britain scientific notation is called **standard form**: 3.2×10^6 . Careful: in English it is written with a point, 3.2, not a comma.

In Gran Bretagna la notazione scientifica si chiama **standard form**: 3.2×10^6 . Attenzione: in inglese si scrive con il punto, 3.2, non con la virgola.

Exercises • Esercizi

1

Basic • Livello 1

Match each English word to its Italian translation.

Collega ogni parola italiana alla sua traduzione.

1 power

2 base

3 exponent

4 squared

5 cubed

6 power of 10

A base

B al cubo

C potenza

D al quadrato

E esponente

F potenza di 10

2

Basic • Livello 1

Calculate.

Calcola.

a. $3^4 =$ _____

b. $5^2 =$ _____

c. $2^5 =$ _____

d. $10^4 =$ _____

e. $7^0 =$ _____

f. $1^8 =$ _____

3

Basic • Livello 1

True (V) or false (F)?

Vero (V) o falso (F)?

a. $2^3 = 6$

b. In the power 5^2 , the number 2 is the exponent.

c. Any number other than 0 to the power of 0 is 1.

d. 10^5 is written with 5 zeros.

e. $2 + 3^2 = 25$

V	F
V	F
V	F
V	F
V	F

4

Advanced · Livello 2

Write as a single power.

Scrivi sotto forma di unica potenza.

a. $2^3 \times 2^5 =$ _____

b. $7^9 : 7^4 =$ _____

c. $(5^2)^4 =$ _____

d. $4^3 \times 25^3 =$ _____

5

Advanced · Livello 2

Scientific notation: complete.

Notazione scientifica: completa.

a. $4.500.000 =$ _____

b. $70.000 =$ _____

c. $2,1 \times 10^3 =$ _____

6

Advanced · Livello 2

Choose the right answer.

Scegli la risposta giusta.

a. $3^4 \times 3^2 = 3^6$: which property?

☐ product of powers with the same base☐ power of a power☐ same exponent

b. $2^3 + 2^2 =$

☐ 2^5 ☐ 12☐ 32

c. $(2 + 3)^2 =$

☐ 13☐ 25☐ 10

Complete with the English words in the box.

Completa con le parole inglesi del riquadro.

squared cubed power index standard form

- a. 5^2 is read «five _____».
- b. 2^3 is read «two _____».
- c. 3^4 is read «three to the _____ of four».
- d. In 7^5 the number 5 is the exponent, also called the _____.
- e. 3.2×10^6 is written in _____.

Solutions • Soluzioni – Powers

1. 1-C, 2-A, 3-E, 4-D, 5-B, 6-F

2. a) $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

b) 25

c) 32

d) 10.000

e) 1

f) 1

3. a) F, b) V, c) V, d) V, e) F

4. a) 2^8

b) 7^5

c) 5^8

d) $(4 \times 25)^3 = 100^3$

5. a) $4,5 \times 10^6$

b) 7×10^4

c) 2.100

6. a) prodotto di potenze con la stessa base, b) 12, c) 25

7. a) squared, b) cubed, c) power, d) index, e) standard form

Divisibility, divisors and prime numbers

Divisibilità, divisori e numeri primi

What you will learn • Che cosa impari

- Understand the words «divisibile», «divisore», «sottomultiplo».
Capire le parole «divisibile», «divisore», «sottomultiplo».
- Use the divisibility rules.
Usare i criteri di divisibilità.
- Recognise prime numbers and composite numbers.
Riconoscere i numeri primi e i numeri composti.
- Write a number as a product of prime factors.
Scomporre un numero in fattori primi.

Key words • Le parole chiave

ENGLISH	ITALIANO
divisible by	divisibile per
divisor, factor	il divisore pl. divisori
divisor, factor «4 è sottomultiplo di 12» = «4 is a divisor of 12».	il sottomultiplo pl. sottomultipli «4 è sottomultiplo di 12» = «4 è divisore di 12».
remainder	il resto pl. resti
divisibility rule	il criterio di divisibilità pl. criteri di divisibilità
last digit	l' ultima cifra pl. ultime cifre
sum of the digits	la somma delle cifre
prime number Watch out: «i primi numeri» means «the numbers at the start» (1, 2, 3...).	il numero primo pl. numeri primi Attenzione: «i primi numeri» significa «i numeri all'inizio» (1, 2, 3...).
composite number It has more than two divisors: 4, 6, 8, 9...	il numero composto pl. numeri composti Ha più di due divisori: 4, 6, 8, 9...

ENGLISH

ITALIANO

prime factor

il **fattore primo**

pl. fattori primi

prime factorisation

la **scomposizione in fattori primi**

itself

«every number is divisible by itself» = $7 : 7 = 1$.

se stesso

«ogni numero è divisibile per se stesso» = $7 : 7 = 1$.**Basic · Livello 1**

basic words and rules, everything translated into Italian. parole e regole di base, tutto tradotto in italiano.

Advanced · Livello 2

the language of English textbooks: Italian is only a help. il linguaggio del libro di testo: l'italiano è solo un aiuto.

Basic · Livello 1**Divisible and divisor** Divisibile e divisore

A number is **divisible** by another if the division has **remainder 0**.

Un numero è **divisibile** per un altro se la divisione ha **resto 0**.

EXAMPLE · ESEMPIO

$12 : 4 = 3$ resto 0 → 12 è divisibile per 4

$12 : 5 = 2$ resto 2 → 12 non è divisibile per 5

Three ways of saying the same thing · Tre modi di dire la stessa cosa12 is **divisible by** 412 è **divisibile per** 44 is a **divisor** of 124 è un **divisore** di 124 is a **factor** (sottomultiplo) of 124 è un **sottomultiplo** di 12

The **divisors** of 12 are: 1, 2, 3, 4, 6, 12. Every number is divisible by **1** and by **itself**.

I **divisori** di 12 sono: 1, 2, 3, 4, 6, 12. Ogni numero è divisibile per **1** e per **se stesso**.

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

In English divisors are usually called **factors**: «the factors of 12 are 1, 2, 3, 4, 6, 12». «12 è divisibile per 4» = «12 is **divisible by** 4»; «4 è un divisore di 12» = «4 is a **factor** of 12».

In inglese i divisori si chiamano di solito **factors**: «the factors of 12 are 1, 2, 3, 4, 6, 12». «12 è divisibile per 4» = «12 is **divisible by** 4»; «4 è un divisore di 12» = «4 is a **factor** of 12».

Basic · Livello 1**Divisibility rules** I criteri di divisibilità

The **rules** help you find out **without dividing** whether a number is divisible.

I **criteri** servono a capire **senza fare la divisione** se un numero è divisibile.

per	criterio	esempio	English
2	l'ultima cifra è pari (0, 2, 4, 6, 8)	346	the last digit is even (0, 2, 4, 6, 8)
3	la somma delle cifre è divisibile per 3	$471 \rightarrow 4 + 7 + 1 = 12$	the sum of the digits is divisible by 3
4	le ultime due cifre formano un numero divisibile per 4 (oppure 00)	$1.316 \rightarrow 16$	the last two digits make a number divisible by 4 (or 00)
5	l'ultima cifra è 0 o 5	735	the last digit is 0 or 5
9	la somma delle cifre è divisibile per 9	$4.581 \rightarrow 18$	the sum of the digits is divisible by 9
10	l'ultima cifra è 0	490	the last digit is 0
25	le ultime due cifre sono 00, 25, 50, 75	1.375	the last two digits are 00, 25, 50, 75

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

Divisible by **6** = divisible **by 2 and by 3** together. Example: 474 is even and $4 + 7 + 4 = 15 \rightarrow$ it is divisible by 6.

Divisibile per **6** = divisibile **per 2 e per 3** insieme. Esempio: 474 è pari e $4 + 7 + 4 = 15 \rightarrow$ è divisibile per 6.

Basic · Livello 1

Prime numbers and composite numbers

Numeri primi e numeri composti

prime number: it has only **two** divisors, 1 and itself (2, 3, 5, 7, 11...)

numero primo: ha solo **due** divisori, 1 e se stesso (2, 3, 5, 7, 11...)

composite number: it has **more than two** divisors (4, 6, 8, 9...)

numero composto: ha **più di due** divisori (4, 6, 8, 9...)

REMEMBER · RICORDA

1 is neither prime nor composite. **2** is the only **even** prime number.

1 non è né primo né composto. **2** è l'unico numero primo **pari**.

The prime numbers up to 50 (in bold), found with the **sieve of Eratosthenes**: you cross out the multiples of 2, 3, 5, 7...

I numeri primi fino a 50 (in grassetto), trovati con il **crivello di Eratostene**: si cancellano i multipli di 2, di 3, di 5, di 7...

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

In English **prime number** = numero primo and **composite number** = numero composto. There is no «numeri primi / primi numeri» problem: «the first numbers» is never confused with «prime numbers».

In inglese **prime number** = numero primo e **composite number** = numero composto. Non c'è il problema di «numeri primi / primi numeri»: «the first numbers» non si confonde con «prime numbers».

Basic · Livello 1 Prime factorisation La scomposizione in fattori primi

Every composite number can be written as a **product of prime numbers**, in only one way.

Ogni numero composto si può scrivere come **prodotto di numeri primi**, in un solo modo.

Divide by the smallest possible prime number (2, 3, 5, 7...) until you get to 1.

Si divide per il numero primo più piccolo possibile (2, 3, 5, 7...) finché si arriva a 1.

60	2	84	2
30	2	42	2
15	3	21	3
5	5	7	7
1		1	

EXAMPLE · ESEMPIO

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3 \times 5$$

$$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 2^2 \times 3 \times 7$$

Writing with powers ($2^2 \times 3 \times 5$) is called **exponential form**. The textbook almost always asks for this.

La scrittura con le potenze ($2^2 \times 3 \times 5$) si chiama **forma esponenziale**. Il libro chiede quasi sempre questa.

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

In English: «write 60 as a **product of prime factors** in **index form**». Instead of the column, English textbooks often draw a **factor tree**: you split the number into two factors, then each factor into two again, until only prime numbers are left.

In inglese: «write 60 as a **product of prime factors** in **index form**» = scomponi 60 in fattori primi e scrivi con le potenze. Nei libri inglesi invece della colonna si disegna spesso un **factor tree** (albero dei fattori): si divide il numero in due fattori, poi ogni fattore ancora in due, finché restano solo numeri primi.

Advanced · Livello 2

Other rules Altri criteri

per	criterio	esempio
11	la differenza tra la somma delle cifre di posto dispari e quella delle cifre di posto pari (da destra) è 0 o un multiplo di 11	$2.574 \rightarrow (4 + 5) - (7 + 2) = 0$
100	le ultime due cifre sono 00	3.700

Textbook instructions · Le consegne del libro

Decide whether 471 is divisible by 3, without doing the division.	Stabilisci se 471 è divisibile per 3, senza eseguire la divisione.
List all the divisors of 36.	Elenca tutti i divisori di 36.
Write the following numbers as products of prime factors.	Scomponi in fattori primi i seguenti numeri.
Write the factorisation in exponential form .	Scrivi la scomposizione in forma esponenziale .
Insert the missing digit so that the number is divisible by 9: 4_5	Inserisci la cifra mancante in modo che il numero sia divisibile per 9: 4_5

Advanced · Livello 2

How to tell if a number is prime

Come capire se un numero è primo

1. Try dividing by the prime numbers 2, 3, 5, 7, 11...
Prova a dividere per i numeri primi 2, 3, 5, 7, 11...
2. If you find a divisor, the number is **composite**.
Se trovi un divisore, il numero è **composto**.
3. You can stop when the quotient becomes smaller than the divisor: if you have found no divisors, the number is **prime**.
Ti puoi fermare quando il quoziente diventa più piccolo del divisore: se non hai trovato divisori, il numero è **primo**.

EXAMPLE · ESEMPIO

$51 : 3 = 17 \rightarrow 51 = 3 \times 17$ è composto (attenzione: sembra primo!)

53: non è divisibile per 2, 3, 5, 7 ($53 : 7 \approx 7,5$) $\rightarrow$ 53 è primo

Exercises • Esercizi

1

Basic • Livello 1

Match each English word to its Italian translation.

Collega ogni parola italiana alla sua traduzione.

1 divisor, factor

2 prime number

3 composite number

4 divisibility rule

5 sum of the digits

6 prime factor

A somma delle cifre

B criterio di divisibilità

C divisore

D numero primo

E fattore primo

F numero composto

2

Basic • Livello 1

List all the divisors.

Elenca tutti i divisori.

a. factors of 12: _____

b. factors of 20: _____

c. factors of 17: _____

3

Basic • Livello 1

True (V) or false (F)?

Vero (V) o falso (F)?

a. 1 is a prime number.

b. 2 is the only even prime number.

c. 735 is divisible by 5.

d. 471 is divisible by 3.

e. 9 is a prime number.

V	F
V	F
V	F
V	F
V	F

4

Advanced · Livello 2

Write as a product of prime factors in exponential form.

Scomponi in fattori primi e scrivi in forma esponenziale.

a. $90 =$ _____

b. $126 =$ _____

c. $200 =$ _____

d. $1.000 =$ _____

5

Advanced · Livello 2

Decide whether the number is prime. If it is composite, write one of its divisors.

Stabilisci se il numero è primo. Se è composto, scrivi un suo divisore.

a. 51 _____

b. 53 _____

c. 91 _____

6

Advanced · Livello 2

Choose the right answer.

Scegli la risposta giusta.

a. Which digit makes 4_5 divisible by 9?

☐ 0☐ 9☐ 5

b. Is 2,574 divisible by 11?

☐ yes, because $(4 + 5) - (7 + 2) = 0$ ☐ no, because it is even☐ you cannot tell

c. A number is divisible by 6 if...

☐ it ends in 6☐ it is divisible by 2 and by 3☐ the sum of its digits is 6

Complete with the English words in the box.

Completa con le parole inglesi del riquadro.

prime composite factors divisible factor tree

- a. A _____ number has exactly two factors: 1 and itself.
- b. A _____ number has more than two factors.
- c. The _____ of 10 are 1, 2, 5 and 10.
- d. 15 is _____ by 3 and by 5.
- e. A _____ helps you write a number as a product of prime factors.

Solutions • Soluzioni – Divisibility, divisors and prime numbers

1. 1-C, 2-D, 3-F, 4-B, 5-A, 6-E
2. a) 1, 2, 3, 4, 6, 12
b) 1, 2, 4, 5, 10, 20
c) 1, 17 (17 è primo)
3. a) F, b) V, c) V, d) V, e) F
4. a) $2 \times 3^2 \times 5$
b) $2 \times 3^2 \times 7$
c) $2^3 \times 5^2$
d) $2^3 \times 5^3$
5. a) composto: $51 = 3 \times 17$
b) primo
c) composto: $91 = 7 \times 13$
6. a) 9, b) sì, perché $(4 + 5) - (7 + 2) = 0$, c) è divisibile per 2 e per 3
7. a) prime, b) composite, c) factors, d) divisible, e) factor tree

Multiples and least common multiple

Multipli e minimo comune multiplo

What you will learn • Che cosa impari

- Understand the words «multiplo», «multiplo comune», «mcm».
Capire le parole «multiplo», «multiplo comune», «mcm».
- Read and understand the textbook instructions on this topic.
Leggere e capire le consegne del libro su questo argomento.
- Calculate the LCM in two ways.
Calcolare il mcm in due modi.
- Recognise a problem that is solved with the LCM.
Riconoscere un problema che si risolve con il mcm.

Key words • Le parole chiave

ENGLISH	ITALIANO
multiple	il multiplo pl. multipli
to multiply	moltiplicare
times (×) «3 per 4» means 3×4 .	per (×) «3 per 4» significa 3×4 .
product (result of a multiplication)	il prodotto pl. prodotti
infinite, endless	infinito pl. infiniti
common multiple	il multiplo comune pl. multipli comuni
least common multiple (LCM)	il minimo comune multiplo (mcm)
common, shared	comune pl. comuni
least, smallest	minimo
list	l' elenco pl. elenchi

ENGLISH

ITALIANO

prime number

Watch out: «i primi numeri» means «the numbers at the start» (1, 2, 3...).

il numero primo

pl. numeri primi

Attenzione: «i primi numeri» significa «i numeri all'inizio» (1, 2, 3...).

prime factor

il fattore primo

pl. fattori primi

prime factorisation

la scomposizione in fattori primi

power

la potenza

pl. potenze

base

la base

pl. basi

exponent

l' esponente

pl. esponenti

Basic · Livello 1

basic words and rules, everything translated into Italian. parole e regole di base, tutto tradotto in italiano.

Advanced · Livello 2

the language of English textbooks: Italian is only a help. il linguaggio del libro di testo: l'italiano è solo un aiuto.

Basic · Livello 1

What is a multiple? Che cos'è un multiplo?

A **multiple** of a number is the result of multiplying that number by a natural number.

Un **multiplo** di un numero è il risultato della moltiplicazione di quel numero per un numero naturale.

EXAMPLE · ESEMPIO

The multiples of 3:

I multipli di 3:

$$3 \times 1 = 3 \quad 3 \times 2 = 6 \quad 3 \times 3 = 9 \quad 3 \times 4 = 12 \quad \dots$$

3, 6, 9, 12, 15, 18, ...

The multiples of a number are **infinite**: they never end.

I multipli di un numero sono **infiniti**: non finiscono mai.

WRITTEN · SI SCRIVE

READ ALOUD · SI LEGGE

12 è multiplo di 3

«twelve is a multiple of three»

dodici è multiplo di tre

10 non è multiplo di 3

«ten is not a multiple of three»

dieci non è multiplo di tre

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

In Italian books **0** is also a multiple of every number ($3 \times 0 = 0$). But 0 is not used for the LCM.
Nei libri italiani anche **0** è multiplo di tutti i numeri ($3 \times 0 = 0$). Per il mcm, però, lo 0 non si usa.

Basic · Livello 1

How to find the multiples of a number

Come trovare i multipli di un numero

1. Take the number.
Prendi il numero.
2. Multiply by 1, then by 2, then by 3, ...
Moltiplica per 1, poi per 2, poi per 3, ...
3. The results are the multiples.
I risultati sono i multipli.

EXAMPLE · ESEMPIO

The multiples of 5:

I multipli di 5:

$$5 \times 1 = 5 \quad 5 \times 2 = 10 \quad 5 \times 3 = 15 \quad 5 \times 4 = 20$$

5, 10, 15, 20, 25, 30, ...

Basic · Livello 1

What is a common multiple?

Che cos'è un multiplo comune?

A **common multiple** is a number that is a multiple of two (or more) numbers at the same time.

Un **multiplo comune** è un numero che è multiplo di due (o più) numeri nello stesso momento.

EXAMPLE · ESEMPIO

multipli di 3: 3, 6, 9, (12), 15, 18, 21, (24), ...

multipli di 4: 4, 8, (12), 16, 20, (24), 28, ...

multipli comuni di 3 e 4: 12, 24, 36, ...

Basic · Livello 1

What is the least common multiple (LCM)?

Che cos'è il minimo comune multiplo (mcm)?

The **least common multiple** is the smallest of the common multiples (not counting 0).

Il **minimo comune multiplo** è il più piccolo dei multipli comuni (senza lo 0).

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

In the UK the least common multiple is usually called the **LCM**. Italian textbooks write **mcm** (or m.c.m.).

In Gran Bretagna il minimo comune multiplo si chiama spesso **LCM** (Least Common Multiple). Nei libri italiani si scrive **mcm** (o m.c.m.).

WRITTEN · SI SCRIVE

$$\text{mcm}(3, 4) = 12$$

READ ALOUD · SI LEGGE

«the least common multiple of three and four is twelve»
il minimo comune multiplo di tre e quattro è dodici

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

In Italy you write **mcm(3, 4) = 12** or **m.c.m.(3; 4) = 12**.

In Italia si scrive **mcm(3, 4) = 12** oppure **m.c.m.(3; 4) = 12**.

Basic · Livello 1

Finding the LCM – method 1: listing the multiples

Calcolare il mcm – metodo 1: l'elenco dei multipli

1. Write the multiples of each number.

Scrivi i multipli di ogni numero.

2. Look for the common multiples.

Cerca i multipli comuni.

3. Take the smallest one.

Prendi il più piccolo.

EXAMPLE · ESEMPIO

$$\text{mcm}(6, 8)$$

multipli di 6: 6, 12, 18, (24), 30, 36, ...

multipli di 8: 8, 16, (24), 32, 40, ...

$$\text{mcm}(6, 8) = 24$$

This method works well with small numbers.

Questo metodo va bene con numeri piccoli.

Basic · Livello 1

Finding the LCM – method 2: prime factorisation

Calcolare il mcm – metodo 2: la scomposizione in fattori primi

1. Write each number as a product of prime factors.

Scomponi ogni numero in fattori primi.

2. Take all the prime factors, common and not common, only once.

Prendi tutti i fattori primi, comuni e non comuni, una sola volta.

3. For each factor take the highest exponent.

Per ogni fattore prendi l'esponente più grande.

4. Multiply.

Moltiplica.

In Italy you factorise **in a column**: to the right of the line you write the prime factor, to the left the result of the division.

In Italia si scompone **in colonna**: a destra della linea si scrive il fattore primo, a sinistra il risultato della divisione.

6		2	8		2
3		3	4		2
1			2		2
			1		

EXAMPLE · ESEMPIO

$$6 = 2 \times 3$$

$$8 = 2 \times 2 \times 2 = 2^3$$

$$\text{mcm}(6, 8) = 2^3 \times 3 = 8 \times 3 = 24$$

REMEMBER · RICORDA

The LCM is the product of the **common and non-common** prime factors, taken **only once**, with the **highest exponent**.

Il mcm è il prodotto dei fattori primi **comuni e non comuni**, presi **una sola volta**, con il **massimo esponente**.

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

English textbooks often use a **Venn diagram** with the prime factors of the two numbers for the LCM and the HCF: the common factors go in the middle. The LCM is the product of **all** the numbers in the diagram.

Nei libri inglesi per l'LCM e l'HCF si usa spesso un **diagramma di Venn** con i fattori primi dei due numeri: i fattori comuni vanno nel mezzo. L'LCM è il prodotto di **tutti** i numeri del diagramma.

Advanced · Livello 2

Many sentences, one meaning

Tante frasi, un solo significato

In books the same idea is said in different ways. All these sentences mean the same thing:

Nei libri la stessa idea si dice in modi diversi. Tutte queste frasi dicono la stessa cosa:

12 is a multiple of 4	12 è multiplo di 4
12 is divisible by 4	12 è divisibile per 4
4 is a divisor of 12	4 è un divisore di 12
4 is a factor (sottomultiplo) of 12	4 è un sottomultiplo di 12
4 divides 12	4 divide 12
12 : 4 = 3 with remainder 0	12 : 4 = 3 con resto 0

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

In Italy division is written with a colon: **12 : 4**. The sign $\div$ is rarely used.

In Italia la divisione si scrive con i due punti: **12 : 4**. Il segno $\div$ si usa poco.

Advanced · Livello 2

Reading aloud Leggere ad alta voce

WRITTEN · SI SCRIVE	READ ALOUD · SI LEGGE
mcm(6, 8)	«the LCM of six and eight» emme-ci-emme di sei e otto
2³	«two to the power of three» due alla terza
3²	«three to the power of two (three squared)» tre alla seconda (tre al quadrato)
2³ × 3	«two to the power of three times three» due alla terza per tre
2² × 3 × 5	«two squared times three times five» due alla seconda per tre per cinque

Advanced · Livello 2

Two special cases Due casi speciali

If one number is a multiple of the other, the LCM is the larger number.

Se un numero è multiplo dell'altro, il mcm è il numero più grande.

EXAMPLE · ESEMPIO

15 è multiplo di 5 → mcm(5, 15) = 15

If two numbers are coprime (they have no common divisors except 1), the LCM is their product.

Se due numeri sono primi tra loro (non hanno divisori comuni oltre a 1), il mcm è il loro prodotto.

EXAMPLE · ESEMPIO

4 e 9 sono primi tra loro → $\text{mcm}(4, 9) = 4 \times 9 = 36$

Advanced · Livello 2

Textbook instructions Le consegne del libro

Here are the sentences you find in the exercises. Read the verb carefully: it tells you what to do.
Ecco le frasi che trovi negli esercizi. Leggi bene il verbo: ti dice che cosa devi fare.

Calculate the LCM of the following numbers.	Calcola il mcm dei seguenti numeri.
Find the least common multiple.	Determina il minimo comune multiplo.
Factorise into primes and calculate the LCM.	Scomponi in fattori primi e calcola il mcm.
Write the first five multiples of 7.	Scrivi i primi cinque multipli di 7.
Decide whether 48 is a multiple of 6.	Stabilisci se 48 è multiplo di 6.
Find the common multiples less than 50.	Individua i multipli comuni minori di 50.
Complete the table.	Completa la tabella.
Check the result.	Verifica il risultato.

Advanced · Livello 2

Word problems with the LCM I problemi con il mcm

A problem is solved with the LCM when two things repeat **every** so often and you are asked when they happen **together again**.

Un problema si risolve con il mcm quando due cose si ripetono **ogni** tot tempo e ti chiedono quando succedono **di nuovo insieme**.

Key words · Parole chiave

every 12 minutes	ogni 12 minuti
they leave together	partono insieme
together again	di nuovo insieme
at the same time	contemporaneamente
for the first time	per la prima volta
after how long...?	dopo quanto tempo...?

WORKED PROBLEM · PROBLEMA SVOLTO

Two buses leave the station together at 8:00. The first leaves every 12 minutes, the second every 18 minutes. **After how many minutes** will they leave together again?

Due autobus partono insieme dalla stazione alle 8:00. Il primo parte ogni 12 minuti, il secondo ogni 18 minuti.

Dopo quanti minuti partiranno di nuovo insieme?

$$12 = 2^2 \times 3 \quad 18 = 2 \times 3^2$$

$$\text{mcm}(12, 18) = 2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$$

They will leave together again after 36 minutes, that is at 8:36.

Partiranno di nuovo insieme dopo 36 minuti, cioè alle 8:36.

Exercises · Esercizi

1

Basic · Livello 1

Match each English word to its Italian translation.

Collega ogni parola italiana alla sua traduzione.

1 multiple

2 common multiple

3 least common multiple (LCM)

4 prime factor

5 exponent

6 product (result of a multiplication)

A prodotto

B multiplo comune

C fattore primo

D esponente

E multiplo

F minimo comune multiplo (mcm)

2

Basic · Livello 1

Write the first six multiples of the numbers.

Scrivi i primi sei multipli dei numeri.

a. multiples of 4: _____

b. multiples of 7: _____

c. multiples of 9: _____

3

Basic · Livello 1

True (V) or false (F)?

Vero (V) o falso (F)?

a. 15 is a multiple of 5.

b. 14 is a multiple of 4.

c. There are infinitely many multiples of 2.

d. The LCM of 2 and 3 is 6.

e. The LCM is the largest of the common multiples.

V F

V F

V F

V F

V F

4

Basic · Livello 1

Find the LCM by listing the multiples.

Calcola il mcm con l'elenco dei multipli.

a. $\text{mcm}(4, 6) =$ _____

b. $\text{mcm}(5, 10) =$ _____

c. $\text{mcm}(8, 12) =$ _____

5

Advanced · Livello 2

Read the instruction. What do you have to do? Choose the right answer.

Leggi la consegna. Che cosa devi fare? Scegli la risposta giusta.

a. «Decide whether 35 is a multiple of 7.»

- ☐ I have to write the multiples of 35.
- ☐ I have to say whether $35 \div 7$ leaves remainder 0.
- ☐ I have to work out 35×7 .

b. «Write the first four multiples of 6.»

- ☐ 6, 12, 18, 24
- ☐ 2, 3, 5, 7
- ☐ 1, 2, 3, 6

c. «Write 18 as a product of prime factors.»

- ☐ $18 = 9 \times 2$
- ☐ $18 = 2 \times 3^2$
- ☐ $18 = 6 \times 3$

6

Advanced · Livello 2

Factorise into primes and calculate the LCM.

Scomponi in fattori primi e calcola il mcm.

a. $\text{mcm}(12, 18) =$ _____

b. $\text{mcm}(15, 20) =$ _____

c. $\text{mcm}(8, 12, 18) =$ _____

7

Advanced · Livello 2

Write in words how it is read.

Scrivi in parole come si legge.

a. $\text{mcm}(9, 12) = 36$ _____

b. $2^3 \times 3^2$ _____

8

Advanced · Livello 2

Solve the problem. First underline the key words.

Risolvi il problema. Sottolinea prima le parole chiave.

- a. Luca goes swimming every 4 days, Marta every 6 days. Today they are at the pool together. In how many days will they meet at the pool again?

- b. A red light comes on every 15 seconds, a green light every 20 seconds. Now they come on at the same time. After how many seconds will they come on together again?

9

Basic · Livello 1

Complete with the English words in the box.

Completa con le parole inglesi del riquadro.

multiple common lowest LCM prime factors

- a. 24 is a _____ of 6.
- b. 12 is a _____ multiple of 3 and 4.
- c. The LCM is the _____ common multiple.
- d. The _____ of 4 and 6 is 12.
- e. For large numbers, first write them as products of _____.

Solutions • Soluzioni – Multiples and least common multiple

1. 1-E, 2-B, 3-F, 4-C, 5-D, 6-A
2. a) 4, 8, 12, 16, 20, 24
b) 7, 14, 21, 28, 35, 42
c) 9, 18, 27, 36, 45, 54
3. a) V, b) F, c) V, d) V, e) F
4. a) 12
b) 10
c) 24
5. a) Devo dire se $35 : 7$ dà resto 0., b) 6, 12, 18, 24, c) $18 = 2 \times 3^2$
6. a) $12 = 2^2 \times 3$; $18 = 2 \times 3^2$; $\text{mcm} = 2^2 \times 3^2 = 36$
b) $15 = 3 \times 5$; $20 = 2^2 \times 5$; $\text{mcm} = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$
c) $8 = 2^3$; $12 = 2^2 \times 3$; $18 = 2 \times 3^2$; $\text{mcm} = 2^3 \times 3^2 = 72$
7. a) il minimo comune multiplo di nove e dodici è trentasei
b) due alla terza per tre alla seconda
8. a) $\text{mcm}(4, 6) = 12 \rightarrow$ tra 12 giorni
b) $\text{mcm}(15, 20) = 60 \rightarrow$ dopo 60 secondi (1 minuto)
9. a) multiple, b) common, c) lowest, d) LCM, e) prime factors

Highest common factor

Il massimo comune divisore

What you will learn • Che cosa impari

- Understand the words «divisori comuni» and «MCD».
Capire le parole «divisori comuni» e «MCD».
- Find the HCF in two ways.
Calcolare il MCD in due modi.
- Don't mix up HCF and LCM.
Non confondere MCD e mcm.
- Recognise problems that are solved with the HCF.
Riconoscere i problemi che si risolvono con il MCD.

Key words • Le parole chiave

ENGLISH	ITALIANO
divisor, factor	il divisore pl. divisori
common divisors	i divisori comuni
highest common factor (HCF / GCD)	il massimo comune divisore (MCD)
prime factor	il fattore primo pl. fattori primi
prime factorisation	la scomposizione in fattori primi
the greatest possible number	il maggior numero possibile
coprime (relatively prime)	primi tra loro (coprimi)
least common multiple (LCM)	il minimo comune multiplo (mcm)
with nothing left over	senza avanzi
as large as possible	il più grande possibile
equal groups	i gruppi uguali
Euclid's algorithm	l' algoritmo di Euclide

Basic · Livello 1

basic words and rules, everything translated into Italian. parole e regole di base, tutto tradotto in italiano.

Advanced · Livello 2

the language of English textbooks: Italian is only a help. il linguaggio del libro di testo: l'italiano è solo un aiuto.

Basic · Livello 1

Common divisors and HCF Divisori comuni e MCD

Common divisors are the numbers that divide **both** numbers. The **highest common factor (MCD)** is the **largest** of the common divisors.

I **divisori comuni** sono i numeri che dividono **tutti e due** i numeri. Il **massimo comune divisore (MCD)** è il **più grande** dei divisori comuni.

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

In the UK the highest common factor is usually called the **HCF** (or GCD). Italian textbooks write **MCD** (or M.C.D.).

In Gran Bretagna il massimo comune divisore si chiama spesso **HCF** (Highest Common Factor) o **GCD**. Nei libri italiani si scrive **MCD** (o M.C.D.).

EXAMPLE · ESEMPIO

divisori di 12: 1, 2, 3, 4, (6), 12

divisori di 18: 1, 2, 3, (6), 9, 18

divisori comuni: 1, 2, 3, 6 $MCD(12, 18) = 6$

WRITTEN · SI SCRIVE**READ ALOUD · SI LEGGE**

$MCD(12, 18) = 6$

«the highest common factor of twelve and eighteen is six»
il massimo comune divisore di dodici e diciotto è sei

Basic · Livello 1

Finding the HCF Calcolare il MCD

Method 1: listing the divisors · Metodo 1: l'elenco dei divisori

Write the divisors of each number.

Scrivi i divisori di ogni numero.

Look for the common divisors.

Cerca i divisori comuni.

Take the largest.

Prendi il più grande.

Method 2: prime factorisation. This works well with large numbers.

Metodo 2: la scomposizione in fattori primi. Va bene con i numeri grandi.

60	2	84	2
30	2	42	2
15	3	21	3
5	5	7	7
1		1	

EXAMPLE · ESEMPIO

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

$$84 = 2^2 \times 3 \times 7$$

$$\text{MCD}(60, 84) = 2^2 \times 3 = 12$$

REMEMBER · RICORDA

The HCF is the product of **only the common prime factors**, taken **only once**, with the **lowest exponent**.

Il MCD è il prodotto dei **solli fattori primi comuni**, presi **una sola volta**, con il **minimo esponente**.

Basic · Livello 1

HCF or LCM? MCD o mcm?

	MCD	mcm
nome	massimo comune divisore highest common factor	minimo comune multiplo least common multiple
fattori	solo i comuni	comuni e non comuni
esponente	il minimo	il massimo
12 e 18	6	36
il risultato è...	più piccolo dei numeri (o uguale)	più grande dei numeri (o uguale)

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

The two rules are almost the same: what changes is **common / common and non-common** and **lowest / highest**. Learn both sentences well!

Le due regole sono quasi uguali: cambia **comuni / comuni e non comuni** e **minimo / massimo**. Impara bene le due frasi!

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

With a **Venn diagram** of the prime factors: the **HCF** is the product of the factors **in the middle** (the common ones), the **LCM** is the product of **all** the factors in the diagram. Example: $12 = 2 \times 2 \times 3$, $18 = 2 \times 3 \times 3 \rightarrow$ in the middle 2 and 3 $\rightarrow$ $HCF = 6$, $LCM = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$.

Con il **diagramma di Venn** dei fattori primi: l'**HCF** è il prodotto dei fattori **nel mezzo** (quelli comuni), l'**LCM** è il prodotto di **tutti** i fattori del diagramma. Esempio: $12 = 2 \times 2 \times 3$, $18 = 2 \times 3 \times 3 \rightarrow$ nel mezzo 2 e 3 $\rightarrow$ $HCF = 6$, $LCM = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$.

If the HCF is **1**, the numbers are **coprime**: $MCD(8, 15) = 1$. Se il MCD è **1**, i numeri sono **primi tra loro**: $MCD(8, 15) = 1$.

Advanced · Livello 2 Word problems with the HCF I problemi con il MCD

A problem is solved with the **HCF** when you have to **divide** things into **equal groups, with nothing left over**, and you want the **greatest possible number** of groups (or the **greatest possible size**).

Un problema si risolve con il **MCD** quando bisogna **dividere** delle cose in **gruppi uguali, senza avanzzi**, e si cerca il **numero più grande possibile** di gruppi (oppure la **misura più grande possibile**).

mcm

ogni... · di nuovo insieme · contemporaneamente

il più **piccolo** numero che...

il risultato è **più grande** dei dati

MCD

dividere · gruppi uguali · senza avanzzi · il maggior numero possibile

il più **grande** numero che...

il risultato è **più piccolo** dei dati

WORKED PROBLEM · PROBLEMA SVOLTO

A florist has 24 roses and 36 tulips. She wants to make the **greatest possible number** of **identical** bunches, using all the flowers **with none left over**. How many bunches can she make? How many roses and tulips are in each bunch?

Un fioraio ha 24 rose e 36 tulipani. Vuole fare il **maggior numero possibile** di mazzi **tutti uguali**, usando tutti i fiori **senza avanzzi**. Quanti mazzi può fare? Quante rose e quanti tulipani ci sono in ogni mazzo?

$$24 = 2^3 \times 3 \quad 36 = 2^2 \times 3^2 \quad MCD(24, 36) = 2^2 \times 3 = 12$$

$$\text{rose: } 24 : 12 = 2 \quad \text{tulipani: } 36 : 12 = 3$$

Answer: she can make 12 bunches, each with 2 roses and 3 tulips.

Risposta: può fare 12 mazzi, ognuno con 2 rose e 3 tulipani.

WORKED PROBLEM · PROBLEMA SVOLTO

A rectangular sheet measures 48 cm × 36 cm. We want to cut it into **equal squares, as large as possible**, with nothing left over. How long is the side of each square?

Un foglio rettangolare misura 48 cm × 36 cm. Lo vogliamo tagliare in **quadrati uguali, il più grandi possibile**, senza avanzi. Quanto misura il lato di ogni quadrato?

$$\text{MCD}(48, 36) = 12 \quad 48 : 12 = 4 \quad 36 : 12 = 3 \quad 4 \times 3 = 12 \text{ quadrati}$$

Answer: the side is 12 cm long (you get 12 squares).

Risposta: il lato misura 12 cm (si ottengono 12 quadrati).

Advanced · Livello 2

Euclid's algorithm L'algoritmo di Euclide

Another method: divide the larger number by the smaller one, then the divisor by the remainder, and so on. The **last remainder other than 0** is the HCF.

Un altro metodo: si divide il numero più grande per il più piccolo, poi il divisore per il resto, e così via. L'**ultimo resto diverso da 0** è il MCD.

EXAMPLE · ESEMPIO

MCD(84, 60):

MCD(84, 60):

$$84 : 60 = 1 \text{ resto } 24$$

$$60 : 24 = 2 \text{ resto } 12$$

$$24 : 12 = 2 \text{ resto } 0 \rightarrow \text{MCD} = 12$$

Advanced · Livello 2

A link between HCF and LCM

Un legame tra MCD e mcm

REMEMBER · RICORDA

For two numbers a and b: **MCD × mcm = a × b.**

Per due numeri a e b: **MCD × mcm = a × b.**

EXAMPLE · ESEMPIO

$$60 \times 84 = 5.040 \quad \text{MCD} = 12 \quad \text{mcm} = 5.040 : 12 = 420$$

Exercises · Esercizi

1

Basic · Livello 1

Match each English word to its Italian translation.

Collega ogni parola italiana alla sua traduzione.

1 common divisors

2 highest common factor (HCF / GCD)

3 least common multiple (LCM)

4 coprime (relatively prime)

5 with nothing left over

6 as large as possible

A senza avanzi

B divisori comuni

C primi tra loro (coprimi)

D il più grande possibile

E massimo comune divisore (MCD)

F minimo comune multiplo (mcm)

2

Basic · Livello 1

Find the HCF by listing the divisors.

Calcola il MCD con l'elenco dei divisori.

a. $\text{MCD}(12, 18) =$ _____

b. $\text{MCD}(8, 20) =$ _____

c. $\text{MCD}(9, 14) =$ _____

3

Basic · Livello 1

True (V) or false (F)?

Vero (V) o falso (F)?

a. The HCF of 12 and 18 is 36.

b. If the HCF is 1, the numbers are coprime.

c. The HCF cannot be larger than the smaller number.

d. For the HCF I take the common factors with the lowest exponent.

e. The HCF and the LCM are the same thing.

V F

V F

V F

V F

V F

4**Advanced · Livello 2****Find the HCF using prime factorisation.**

Calcola il MCD con la scomposizione in fattori primi.

- a. $\text{MCD}(60, 84) =$ _____
- b. $\text{MCD}(90, 126) =$ _____
- c. $\text{MCD}(48, 72, 120) =$ _____

5**Advanced · Livello 2****Read the problem: do you need the HCF or the LCM?**

Leggi il problema: serve il MCD o il mcm?

- a. Two traffic lights turn green every 40 and every 60 seconds. Now they are green together. After how many seconds will they be green together again?
- ☐ HCF
- ☐ LCM
- b. We want to put 30 sweets and 45 chocolates into the greatest possible number of identical bags, with nothing left over.
- ☐ HCF
- ☐ LCM
- c. A floor of $360 \text{ cm} \times 240 \text{ cm}$ must be covered with equal square tiles, as large as possible, without cutting them.
- ☐ HCF
- ☐ LCM

6**Advanced · Livello 2****Solve the problems.**

Risolvi i problemi.

- a. We want to put 30 sweets and 45 chocolates into the greatest possible number of identical bags, with nothing left over. How many bags? What is in each bag?

- b. A floor of $360 \text{ cm} \times 240 \text{ cm}$ must be covered with equal square tiles, as large as possible. How long is the side of a tile? How many tiles are needed?

- c. Find the HCF of 105 and 75 using Euclid's algorithm.

7**Basic · Livello 1****Complete with the English words in the box.**

Completa con le parole inglesi del riquadro.

highest multiple common factor lowest

- a. HCF stands for _____ common factor.
- b. LCM stands for lowest common _____.
- c. The HCF of 12 and 18 is 6: it is the largest _____ factor.
- d. 3 is a _____ of 12.
- e. The LCM is the _____ common multiple.

Solutions • Soluzioni – Highest common factor

1. 1-B, 2-E, 3-F, 4-C, 5-A, 6-D

2. a) 6

b) 4

c) 1 (9 e 14 sono primi tra loro)

3. a) F, b) V, c) V, d) V, e) F

4. a) $60 = 2^2 \times 3 \times 5$; $84 = 2^2 \times 3 \times 7$; $\text{MCD} = 2^2 \times 3 = 12$

b) $90 = 2 \times 3^2 \times 5$; $126 = 2 \times 3^2 \times 7$; $\text{MCD} = 2 \times 3^2 = 18$

c) $48 = 2^4 \times 3$; $72 = 2^3 \times 3^2$; $120 = 2^3 \times 3 \times 5$; $\text{MCD} = 2^3 \times 3 = 24$

5. a) mcm, b) MCD, c) MCD

6. a) $\text{MCD}(30, 45) = 15$ sacchetti; ognuno con 2 caramelle e 3 cioccolatini

b) $\text{MCD}(360, 240) = 120$ cm; $360 : 120 = 3$, $240 : 120 = 2$, $3 \times 2 = 6$ piastrelle

c) $105 : 75 = 1$ resto 30; $75 : 30 = 2$ resto 15; $30 : 15 = 2$ resto 0 $\rightarrow \text{MCD} = 15$

7. a) highest, b) multiple, c) common, d) factor, e) lowest

Fractions

Le frazioni

What you will learn • Che cosa impari

- Understand what the numerator and denominator show.
Capire che cosa indicano numeratore e denominatore.
- Read and write fractions in English.
Leggere e scrivere le frazioni in inglese.
- Recognise proper, improper, apparent and equivalent fractions.
Riconoscere frazioni proprie, improprie, apparenti ed equivalenti.
- Understand the words of operations and problems with fractions.
Capire le parole delle operazioni e dei problemi con le frazioni.

Key words • Le parole chiave

ENGLISH	ITALIANO
fraction	la frazione pl. frazioni
whole (the unit "1"); integer «l'intero» = the whole thing that is divided into parts.	l' intero pl. interi «l'intero» = la cosa intera che si divide in parti.
numerator	il numeratore pl. numeratori
denominator	il denominatore pl. denominatori
fraction bar	la linea di frazione
proper fraction Numerator smaller than the denominator: $3/4$.	la frazione propria pl. frazioni proprie Numeratore minore del denominatore: $3/4$.
improper fraction Numerator larger than the denominator: $5/4$.	la frazione impropria pl. frazioni improprie Numeratore maggiore del denominatore: $5/4$.
fraction equal to a whole number The numerator is a multiple of the denominator: $8/4 = 2$.	la frazione apparente pl. frazioni apparenti Il numeratore è multiplo del denominatore: $8/4 = 2$.

equivalent fraction

1/2 and 2/4 are equivalent: they show the same amount.

la **frazione equivalente**

pl. frazioni equivalenti

1/2 e 2/4 sono equivalenti: indicano la stessa quantità.

fraction in lowest termsla **frazione irriducibile**

pl. frazioni irriducibili

lowest common denominator

Watch out: m.c.d. (lowest common denominator) is not M.C.D. (highest common factor)!

il **minimo comune denominatore (m.c.d.)**

Attenzione: m.c.d. (minimo comune denominatore) non è il M.C.D. (massimo comune divisore)!

reciprocal

The reciprocal of 2/5 is 5/2.

il **reciproco (inverso)**

pl. reciproci

Il reciproco di 2/5 è 5/2.

Basic · Livello 1

basic words and rules, everything translated into Italian. parole e regole di base, tutto tradotto in italiano.

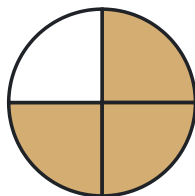
Advanced · Livello 2

the language of English textbooks: Italian is only a help. il linguaggio del libro di testo: l'italiano è solo un aiuto.

Basic · Livello 1**What is a fraction?** Che cos'è una frazione?

A **fraction** shows one or more **equal parts** of a **whole**.

Una **frazione** indica una o più **parti uguali** di un **intero**.



$\frac{3}{4}$ **three quarters**

$\frac{3}{4}$ tre quarti

the whole is divided into 4 parts,

I take 3

l'intero è diviso in 4 parti, ne prendo 3



$\frac{2}{5}$ **two fifths**

$\frac{2}{5}$ due quinti

the whole is divided into 5 parts,

I take 2

l'intero è diviso in 5 parti, ne prendo 2

the **numerator** (on top): how many parts I **take**

il **numeratore** (sopra): quante parti **prendo**

the **fraction bar**

la **linea di frazione**

the **denominator** (underneath): how many parts I **divide** the whole into

il **denominatore** (sotto): in quante parti **divido** l'intero

WRITTEN · SI SCRIVE

READ ALOUD · SI LEGGE

$\frac{1}{2}$	«one half» un mezzo
$\frac{1}{3}$	«one third» un terzo
$\frac{2}{3}$	«two thirds» due terzi
$\frac{1}{4}$	«one quarter» un quarto
$\frac{5}{8}$	«five eighths» cinque ottavi
$\frac{7}{10}$	«seven tenths» sette decimi
$\frac{3}{100}$	«three hundredths» tre centesimi
$\frac{11}{12}$	«eleven twelfths» undici dodicesimi

REMEMBER · RICORDA

In English the numerator is read as an ordinary number and the denominator as an **ordinal** (third, fourth, fifth...), with a plural **-s** if the numerator is more than 1: one fifth, two fifths.

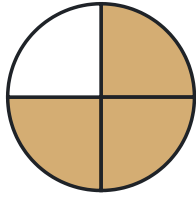
Exceptions: $\frac{1}{2}$ = **a half** (one half), $\frac{1}{4}$ = **a quarter** (one quarter).

In inglese il numeratore si legge come un numero normale e il denominatore come un **ordinale** (third, fourth, fifth...), con la **-s** del plurale se il numeratore è più di 1: one fifth, two fifths. Eccezioni: $\frac{1}{2}$ = **a half** (one half), $\frac{1}{4}$ = **a quarter** (one quarter).

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

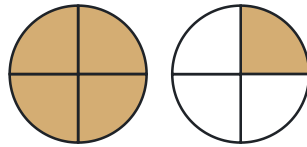
In English you can also say **over**: $\frac{7}{10}$ = «seven tenths» or «seven **over** ten». It is like «sette **su** dieci» in Italian.

In inglese si può dire anche **over**: $\frac{7}{10}$ = «seven tenths» oppure «seven **over** ten». È come in italiano «sette **su** dieci».



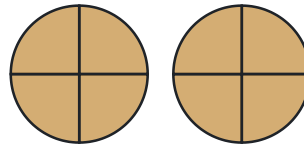
$\frac{3}{4}$ **proper**
 $\frac{3}{4}$ propria

numerator < denominator
 less than one whole
 numeratore < denominatore
 minore di un intero



$\frac{5}{4}$ **improper**
 $\frac{5}{4}$ impropria

numerator > denominator
 more than one whole
 numeratore > denominatore
 maggiore di un intero



$\frac{8}{4} = 2$ **equal to a whole number**

$\frac{8}{4} = 2$ apparente
 the numerator is a multiple of the denominator
 il numeratore è multiplo del denominatore

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

In the UK **mixed numbers** (like $1\frac{1}{4}$) are used a lot. Italian textbooks use them little: they write the improper fraction $\frac{5}{4}$.

In Gran Bretagna si usano spesso i **numeri misti** (come $1\frac{1}{4}$). Nei libri italiani si usano poco: si scrive la frazione impropria $\frac{5}{4}$.

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

In Britain an improper fraction is also called a **top-heavy fraction**. A mixed number like $1\frac{1}{4}$ is read **one and a quarter**.

In Gran Bretagna una frazione impropria si chiama anche **top-heavy fraction** (cioè «pesante in alto»). Un numero misto come $1\frac{1}{4}$ si legge **one and a quarter**.

Equivalent fractions and simplifying

Frazioni equivalenti e semplificazione



$\frac{1}{2}$



$\frac{2}{4}$



$\frac{4}{8}$

These fractions are **equivalent**: the coloured part is the same. $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$.

Queste frazioni sono **equivalenti**: la parte colorata è la stessa. $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$.

REMEMBER · RICORDA

Invariance property: if you multiply or divide the numerator and the denominator by the **same number**, you get an equivalent fraction.

Proprietà invariante: se moltiplichi o dividi numeratore e denominatore per lo **stesso numero**, ottieni una frazione equivalente.

EXAMPLE · ESEMPIO

Simplify (reduce to lowest terms) $\frac{12}{18}$:

Semplificare (ridurre ai minimi termini) $\frac{12}{18}$:

$$\frac{12}{18} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \quad (\text{prima : 2, poi : 3})$$

oppure in un solo passo: $\text{M.C.D.}(12, 18) = 6 \rightarrow \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$

$\frac{2}{3}$ is **in lowest terms**: it cannot be simplified any further.

$\frac{2}{3}$ è **irriducibile**: non si può più semplificare.

Advanced · Livello 2

Comparing fractions Confrontare le frazioni

If the denominators are different, **put them over the same denominator** using the **lowest common denominator** (the LCM of the denominators).

Se il denominatore è diverso, si **riducono allo stesso denominatore** usando il **minimo comune denominatore** (il mcm dei denominatori).

EXAMPLE · ESEMPIO

Which is greater: $\frac{2}{3}$ or $\frac{3}{4}$?

Quale è maggiore: $\frac{2}{3}$ o $\frac{3}{4}$?

$$\text{mcm}(3, 4) = 12$$

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12} \quad \frac{3}{4} = \frac{9}{12} \quad \frac{9}{12} > \frac{8}{12} \rightarrow \frac{3}{4} > \frac{2}{3}$$

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

m.c.d. = lowest common denominator. **M.C.D.** = highest common factor. The letters are almost the same: look at the context!

m.c.d. = minimo comune denominatore. **M.C.D.** = massimo comune divisore. Le lettere sono quasi uguali: guarda il contesto!

The four operations Le quattro operazioni

addition and subtraction: put over the same denominator, then add or subtract the numerators

addizione e sottrazione: riduci allo stesso denominatore, poi somma o sottrai i numeratori

multiplication: numerator times numerator, denominator times denominator

moltiplicazione: numeratore per numeratore, denominatore per denominatore

division: multiply the first fraction by the **reciprocal** (inverse) of the second

divisione: moltiplica la prima frazione per il **reciproco** (l'inverso) della seconda

EXAMPLE · ESEMPIO

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{9} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{2}{3} : \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

In multiplication you can **cross-simplify**: a numerator with the denominator of the other fraction, before multiplying.

Nella moltiplicazione si può **semplificare in croce**: un numeratore con il denominatore dell'altra frazione, prima di moltiplicare.

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

English textbooks write division with $\div$: $\frac{2}{3} \div \frac{4}{5}$. To divide you **multiply by the reciprocal**. Many students remember it as «**keep, change, flip**»: keep the first fraction, change $\div$ into $\times$, flip the second one.

Nei libri inglesi la divisione si scrive con $\div$: $\frac{2}{3} \div \frac{4}{5}$. Per dividere si dice «**multiply by the reciprocal**» (moltiplica per il reciproco). Per ricordarlo molti studenti dicono «**keep, change, flip**»: tieni la prima frazione, cambia $\div$ in $\times$, capovolgi la seconda.

A fraction of a number La frazione di un numero

In English you use the word **of**: « $\frac{3}{4}$ **of** 20» = $20 \div 4 \times 3$. Here too «of» means **times** ($\times$). Note: in English there is no article («three quarters of 20», not «the three quarters»).

In inglese si usa la parola **of**: « $\frac{3}{4}$ **of** 20» = $20 : 4 \times 3$. Anche qui «of» vuol dire **per** ($\times$). Attenzione: in inglese non si mette l'articolo («three quarters of 20», non «the three quarters»).

EXAMPLE · ESEMPIO

$$\text{il } \frac{3}{4} \text{ di } 20 = 20 : 4 \times 3 = 5 \times 3 = 15$$

Two kinds of problem · Due tipi di problema

I know the whole, I want the part: « $\frac{2}{5}$ of 30» → $30 : 5 \times 2$
= 12

conosco l'intero, cerco la parte: «i $\frac{2}{5}$ di 30» →
 $30 : 5 \times 2 = 12$

I know the part, I want the whole: « $\frac{3}{4}$ of a number is 15»
→ $15 : 3 \times 4 = 20$

conosco la parte, cerco l'intero: «i $\frac{3}{4}$ di un
numero sono 15» → $15 : 3 \times 4 = 20$

WORKED PROBLEM · PROBLEMA SVOLTO

Marco has 30 euros and spends $\frac{2}{5}$ of them on a book. How much does he spend? How much does he have left?

Marco ha 30 euro e spende i $\frac{2}{5}$ per un libro. Quanto spende? Quanto gli rimane?

spesa: $30 : 5 \times 2 = 12$ €

rimane: $30 - 12 = 18$ € (oppure i $\frac{3}{5}$ di 30 = 18 €)

Answer: Marco spends 12 € and has 18 € left.

Risposta: Marco spende 12 € e gli rimangono 18 €.

Advanced · Livello 2

Fraction instructions in English textbooks

Le consegne sulle frazioni nei libri inglesi

Simplify the fraction.

Semplifica la frazione.

Write the fraction **in its simplest form**.

Scrivi la frazione **ai minimi termini**.

Find the **lowest common denominator**.

Trova il **minimo comune denominatore**.

Write the fractions with a **common denominator**.

Scrivi le frazioni con lo **stesso denominatore**.

Which fraction is **larger**?

Quale frazione è **maggiore**?

Put the fractions **in ascending order**.

Metti le frazioni **in ordine crescente**.

Give your answer as a **mixed number**.

Scrivi il risultato come **numero misto**.

Write the mixed number as an **improper fraction**.

Trasforma il numero misto in **frazione impropria**.

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

In English **simplest form** and **lowest terms** mean the same thing: reduced as far as possible, like «irriducibile».

In inglese **simplest form** e **lowest terms** vogliono dire la stessa cosa: ridotta ai minimi termini, come «irriducibile».

Exercises • Esercizi

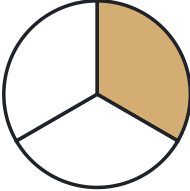
1

Basic • Livello 1

Write the fraction for the coloured part.

Scrivi la frazione della parte colorata.

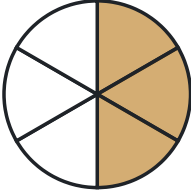
a)



b)



c)



d)



2

Basic • Livello 1

Match each English word to its Italian translation.

Collega ogni parola italiana alla sua traduzione.

1

numerator

2

denominator

3

proper fraction

4

improper fraction

5

fraction in lowest terms

6

reciprocal

A

numeratore

B

reciproco (inverso)

C

frazione irriducibile

D

frazione propria

E

frazione impropria

F

denominatore

3

Basic • Livello 1

True (V) or false (F)?

Vero (V) o falso (F)?

a.

In $\frac{3}{4}$ the numerator is 4.

V

F

b.

$\frac{5}{4}$ is an improper fraction.

V

F

c.

$\frac{1}{2}$ and $\frac{2}{4}$ are equivalent fractions.

V

F

d.

$\frac{6}{8}$ in its simplest form is $\frac{3}{4}$.

V

F

e.

In English $\frac{3}{4}$ is read «three quarters».

V

F

f.

In English $\frac{1}{2}$ is read «one second».

V

F

4

Advanced · Livello 2

Choose the right answer.

Scegli la risposta giusta.

a. « $\frac{3}{4}$ of 20» is worked out like this:

☐ $20 : 4 \times 3$

☐ $20 \times 4 : 3$

☐ $20 + 3 : 4$

b. The lowest common denominator of $\frac{1}{6}$ and $\frac{1}{4}$ is...

☐ 24

☐ 12

☐ 10

c. The reciprocal of $\frac{2}{5}$ is...

☐ $\frac{5}{2}$

☐ $\frac{2}{5}$

☐ $\frac{1}{5}$

5

Advanced · Livello 2

Calculate and reduce to lowest terms.

Calcola e riduci ai minimi termini.

a. $\frac{1}{4} + \frac{2}{4} =$ _____

b. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} =$ _____

c. $\frac{3}{4} \times \frac{2}{9} =$ _____

d. $\frac{2}{3} : \frac{4}{5} =$ _____

6

Advanced · Livello 2

Solve the problems.

Risolvi i problemi.

- a. In a class of 24 pupils, $\frac{5}{8}$ are girls. How many girls are there? How many boys?

- b. $\frac{3}{4}$ of a number is 15. What is the number?

- c. Anna reads $\frac{2}{7}$ of a 210-page book. How many pages does she still have to read?

7

Basic · Livello 1

Complete with how it is read in English. Use the words in the box.

Completa come si legge in inglese. Usa le parole del riquadro.

half thirds quarters fifths tenths

- a. $\frac{1}{2}$ = one _____
- b. $\frac{2}{3}$ = two _____
- c. $\frac{3}{4}$ = three _____
- d. $\frac{4}{5}$ = four _____
- e. $\frac{7}{10}$ = seven _____

Write in words, in English.

Scrivi in parole, in inglese.

a. $\frac{2}{5} =$ _____

b. $\frac{3}{8} =$ _____

c. $\frac{1}{4} =$ _____

d. $1\frac{1}{2} =$ _____

e. $\frac{9}{10} =$ _____

Solutions • Soluzioni – Fractions

1. a) $\frac{1}{3}$ (un terzo), b) $\frac{5}{8}$ (cinque ottavi), c) $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ (tre sestì = un mezzo), d) $\frac{7}{10}$ (sette decimi)

2. 1-A, 2-F, 3-D, 4-E, 5-C, 6-B

3. a) F, b) V, c) V, d) V, e) V, f) F

4. a) $20 : 4 \times 3$, b) 12, c) $\frac{5}{2}$

5. a) $\frac{3}{4}$

b) $\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$

c) $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

d) $\frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$

6. a) femmine: $24 : 8 \times 5 = 15$; maschi: $24 - 15 = 9$

b) $15 : 3 \times 4 = 20$

c) letto: $210 : 7 \times 2 = 60$; mancano: $210 - 60 = 150$ pagine

7. a) half, b) thirds, c) quarters, d) fifths, e) tenths

8. a) two fifths

b) three eighths

c) a quarter (one quarter)

d) one and a half

e) nine tenths (nine over ten)

Point, line, plane

Punto, retta, piano

What you will learn • Che cosa impari

- Know the basic elements of geometry and how they are named.
Conoscere gli enti geometrici fondamentali e come si indicano.
- Tell the difference between line, ray and segment.
Distinguere retta, semiretta e segmento.
- Recognise intersecting, parallel and perpendicular lines.
Riconoscere rette incidenti, parallele e perpendicolari.
- Understand the phrases in English textbooks: «through», «exactly one», «line segment».
Capire le frasi dei libri inglesi: «through», «exactly one», «line segment».

Key words • Le parole chiave

ENGLISH	ITALIANO
point It is named with a capital letter: A, B, P.	il punto pl. punti Si indica con una lettera maiuscola: A, B, P.
line It is named with a small letter: r, s.	la retta pl. rette Si indica con una lettera minuscola: r, s.
plane It is named with a Greek letter: α (alpha), β (beta).	il piano pl. piani Si indica con una lettera greca: α (alfa), β (beta).
ray	la semiretta pl. semirette
line segment	il segmento pl. segmenti
starting point; origin	l' origine pl. origini
endpoints (of a segment)	gli estremi (di un segmento)
intersecting lines	le rette incidenti
parallel lines	le rette parallele
perpendicular lines	le rette perpendicolari

ENGLISH

ITALIANO

midpoint

il **punto medio**

pl. punti medi

collinear

«three collinear points»

allineati

«tre punti allineati»

passing through

«the line passing through A and B»

passante per

«la retta passante per A e B»

Basic · Livello 1

basic words and rules, everything translated into Italian. parole e regole di base, tutto tradotto in italiano.

Advanced · Livello 2

the language of English textbooks: Italian is only a help. il linguaggio del libro di testo: l'italiano è solo un aiuto.

Basic · Livello 1

The basic elements of geometry

Gli enti geometrici fondamentali



point A

il punto A

capital letter

lettera maiuscola

line r

la retta r

small letter

lettera minuscola

a **point** has no size: it is named with a **capital** letter (A, B, P)

il **punto** non ha dimensioni: si indica con una lettera **maiuscola** (A, B, P)

a **line** goes on for ever in both directions: it is named with a **small** letter (r, s)

la **retta** è infinita in tutte e due le direzioni: si indica con una lettera **minuscola** (r, s)

a **plane** is a flat, infinite surface: it is named with a **Greek** letter (α , β)

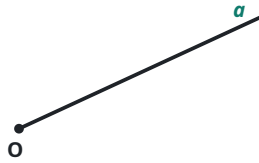
il **piano** è una superficie piatta e infinita: si indica con una lettera **greca** (α , β)

**line**

retta

it has no beginning and no end

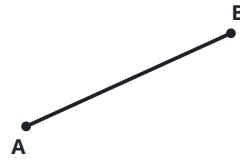
non ha né inizio né fine

**ray**

semiretta

it has a beginning (the origin O) but no end

ha un inizio (l'origine O), ma non una fine

**segment AB**

segmento AB

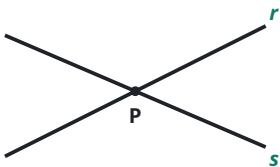
it has two endpoints (A and B)

ha due estremi (A e B)

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

In English a **retta** is a **line**, a **semiretta** is a **ray** and a **segmento** is a **line segment**. The ends of a segment are called **endpoints**. Careful: in everyday English «line» also means a row or a queue!

In inglese la **retta** è una **line**, la **semiretta** è un **ray** e il **segmento** è un **line segment**. Gli estremi del segmento si chiamano **endpoints**. Attenzione: nella vita di tutti i giorni «line» vuol dire anche «riga» o «fila»!

**intersecting**

incidenti

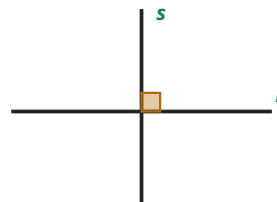
they have one point in common (P)

hanno un punto in comune (P)

**parallel $r \parallel s$** parallele $r \parallel s$

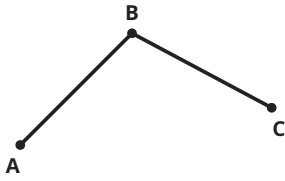
they never meet

non si incontrano mai

**perpendicular $r \perp s$** perpendicolari $r \perp s$

intersecting with 4 right angles

incidenti con 4 angoli retti

**consecutive**

consecutivi

they have one endpoint in common (B)

hanno un estremo in comune (B)

**adjacent**

adiacenti

consecutive and on the same line

consecutivi e sulla stessa retta

**midpoint M**

punto medio M

 $AM = MB$ $AM = MB$

Two segments are **congruent** if they have the same length. The **midpoint** divides a segment into two congruent parts.

Due segmenti sono **congruenti** se hanno la stessa lunghezza. Il **punto medio** divide un segmento in due parti congruenti.

Through two points there passes **one and only one** line.

Per due punti passa **una e una sola** retta.

Through one point there pass **infinitely many** lines (a **pencil** of lines).

Per un punto passano **infinite** rette (un **fascio** di rette).

Through a point not on a line there passes **one and only one** line parallel to it.

Per un punto fuori da una retta passa **una e una sola** parallela a quella retta.

Three points are called **collinear** (allineati) if they lie on the same line.

Tre punti si dicono **allineati** se stanno sulla stessa retta.

⚠ **WATCH OUT · ATTENZIONE**

In English «una e una sola» is **one and only one** or **exactly one**: «Through two points there is exactly one line.»

In inglese «una e una sola» si dice **one and only one** oppure **exactly one**: «Through two points there is exactly one line.»

Operazioni con i segmenti e distanza

EXAMPLE · ESEMPIO

A, B, C collinear (adjacent segments), $AB = 4 \text{ cm}$, $BC = 6 \text{ cm}$:

A, B, C allineati (segmenti adiacenti), $AB = 4 \text{ cm}$, $BC = 6 \text{ cm}$:

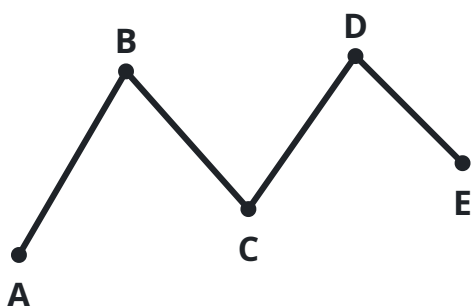
somma: $AC = AB + BC = 4 + 6 = 10 \text{ cm}$

differenza: $BC - AB = 6 - 4 = 2 \text{ cm}$

punto medio M di AC: $AM = MC = 10 : 2 = 5 \text{ cm}$

The **distance** of a point P from a line r is the length of the **perpendicular** segment from P to the line.

La **distanza** di un punto P da una retta r è la lunghezza del segmento **perpendicolare** che va da P alla retta.



broken line ABCDE

spezzata ABCDE

consecutive segments that are not collinear

segmenti consecutivi non allineati

Draw a line **passing through** points A and B.

Traccia una retta **passante per** i punti A e B.

Mark the midpoint M of segment AB.

Segna il punto medio M del segmento AB.

Draw the line **perpendicular** to r **passing through** P.

Disegna la retta **perpendicolare** a r **passante per** P.

Lines r and s **intersect** at point P.

Le rette r e s **si intersecano** nel punto P.

Lines r and s are **parallel**.

Le rette r e s sono **parallele**.

Use the symbol $\parallel$ (**is parallel to**) or $\perp$ (**is perpendicular to**).

Usa il simbolo $\parallel$ (**è parallela a**) o $\perp$ (**è perpendicolare a**).

⚠ **WATCH OUT · ATTENZIONE**

In English «passante per» is **through** (pronounced /θru:/): «a line **through** A and B». And «si intersecano» is **intersect**: «the lines intersect at P».

In inglese «passante per» si dice **through** (si pronuncia /θru:/): «a line **through** A and B». E «si intersecano» si dice **intersect**: «the lines intersect at P».

Exercises • Esercizi

1

Basic • Livello 1

Write the name of each figure.

Scrivi il nome di ogni figura.

a)



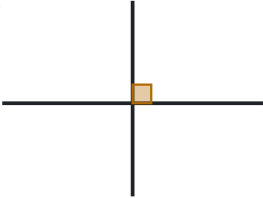
b)



c)



d)



2

Basic • Livello 1

Match each English word to its Italian translation.

Collega ogni parola italiana alla sua traduzione.

1 point

.....

2 line

.....

3 ray

.....

4 line segment

.....

5 plane

.....

6 intersecting lines

.....

A piano

.....

B rette incidenti

.....

C semiretta

.....

D retta

.....

E punto

.....

F segmento

.....

3

Basic • Livello 1

True (V) or false (F)?

Vero (V) o falso (F)?

- a. A line has a beginning and an end.
- b. Two parallel lines never meet.
- c. Infinitely many lines pass through two points.
- d. The midpoint divides a segment into two congruent parts.
- e. A point is named with a capital letter.

V	F
V	F
V	F
V	F
V	F

4

Advanced · Livello 2

A, B, C are collinear in this order. Calculate.

A, B, C sono allineati in quest'ordine. Calcola.

a. $AB = 7$ cm, $BC = 5$ cm. $AC = ?$ _____

b. $AC = 20$ cm, $AB = 8$ cm. $BC = ?$ _____

c. $AB = 12$ cm, M is the midpoint of AB. $AM = ?$

5

Advanced · Livello 2

Choose the right answer.

Scegli la risposta giusta.

a. «Through two points there is one and only one line» means that...

- ☐ there is exactly one line
- ☐ there are two lines
- ☐ there is no line

b. Three collinear points...

- ☐ they lie on the same line
- ☐ they make a triangle
- ☐ they are all the same

c. The distance from a point to a line is measured...

- ☐ along any segment
- ☐ along the perpendicular segment
- ☐ along the line

6

Basic · Livello 1

Complete with the English words in the box.

Completa con le parole inglesi del riquadro.

intersecting parallel perpendicular endpoints ray

a. Two lines with one point in common are _____ lines.

b. Two lines that never meet are _____.

c. Two lines that make four right angles are _____.

d. A line segment has two _____.

e. A _____ starts at a point and goes on for ever in one direction.

Solutions • Soluzioni – Point, line, plane

1. a) segmento, b) semiretta, c) rette parallele, d) rette perpendicolari
2. 1-E, 2-D, 3-C, 4-F, 5-A, 6-B
3. a) F, b) V, c) F, d) V, e) V
4. a) $AC = 7 + 5 = 12$ cm
b) $BC = 20 - 8 = 12$ cm
c) $AM = 12 : 2 = 6$ cm
5. a) c'è esattamente una retta, b) stanno sulla stessa retta, c) sul segmento perpendicolare
6. a) intersecting, b) parallel, c) perpendicular, d) endpoints, e) ray

Angles

Gli angoli

What you will learn • Che cosa impari

- Know the vertex, arms and size of an angle.
Conoscere vertice, lati e misura di un angolo.
- Classify angles: acute, right, obtuse, straight, full.
Classificare gli angoli: acuto, retto, ottuso, piatto, giro.
- Recognise complementary, supplementary and vertically opposite angles.
Riconoscere angoli complementari, supplementari, opposti al vertice.
- Calculate with degrees and minutes.
Fare calcoli con gradi e primi.

Key words • Le parole chiave

ENGLISH	ITALIANO
angle	l' angolo pl. angoli
vertex	il vertice pl. vertici
side	il lato pl. lati
degree (°)	il grado (°) pl. gradi
protractor	il goniometro pl. goniometri
acute angle (less than 90°)	l' angolo acuto pl. angoli acuti
right angle (90°)	l' angolo retto pl. angoli retti
obtuse angle (more than 90°)	l' angolo ottuso pl. angoli ottusi
straight angle (180°)	l' angolo piatto
full angle (360°)	l' angolo giro
complementary angles (sum 90°)	gli angoli complementari

supplementary angles (sum 180°)

gli **angoli supplementari**

vertically opposite angles

They are always congruent.

gli **angoli opposti al vertice**

Sono sempre congruenti.

angle bisector

It divides an angle into two congruent angles.

la **bisettrice**

pl. bisettrici

Divide un angolo in due angoli congruenti.

Basic · Livello 1

basic words and rules, everything translated into Italian. parole e regole di base, tutto tradotto in italiano.

Advanced · Livello 2

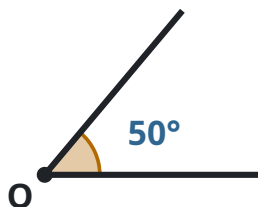
the language of English textbooks: Italian is only a help. il linguaggio del libro di testo: l'italiano è solo un aiuto.

Basic · Livello 1

What is an angle? Che cos'è un angolo?

An **angle** is the part of a plane between two rays with the same origin. The origin is called the **vertex**, the rays are called the **arms** (lati).

Un **angolo** è la parte di piano tra due semirette che hanno la stessa origine. L'origine si chiama **vertice**, le semirette si chiamano **lati**.



angle aÔb

angolo aÔb

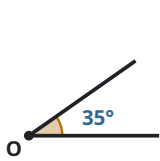
vertex O, arms a and b

vertice O, lati a e b

Angles are measured in **degrees** with a **protractor**.

Gli angoli si misurano in **gradi** con il **goniometro**.

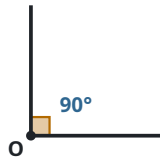
Types of angle I tipi di angolo

**acute**

acuto

less than 90°

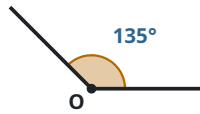
minore di 90°

**right**

retto

90°

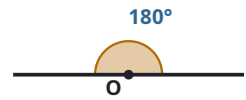
90°

**obtuse**

ottuso

between 90° and 180°

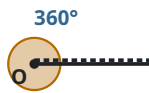
tra 90° e 180°

**straight**

piatto

180°: the arms form a straight line

180°: i lati formano una retta

**full angle**

giro

360°: a full turn

360°: un giro completo

**zero angle**

nullo

0°: the arms coincide

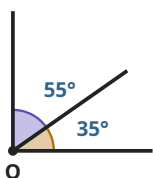
0°: i lati coincidono

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

In English an angle between 180° and 360° is called a **reflex angle** (in Italian «angolo **concavo**»). The 360° angle is a **full turn** (angolo giro) and the angolo piatto is a **straight angle**.

In inglese un angolo tra 180° e 360° si chiama **reflex angle** (in italiano «angolo **concavo**»). L'angolo di 360° è a **full turn** (angolo giro) e l'angolo piatto è a **straight angle**.

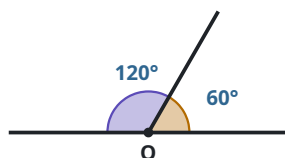
Pairs of angles Coppie di angoli

**complementary**

complementari

sum 90°

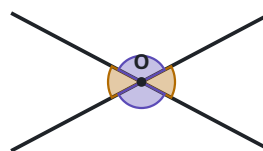
somma 90°

**supplementary (adjacent)**

supplementari (adiacenti)

sum 180°

somma 180°

**vertically opposite**

opposti al vertice

they are always congruent

sono sempre congruenti

complementary: sum 90° — the complement of 35° is 55°

complementari: somma 90° — il complementare di 35° è 55°

supplementary: sum 180° — the supplement of 120° is 60°

supplementari: somma 180° — il supplementare di 120° è 60°

esplementari: sum 360° — the angle that makes 360° with 250° is 110°

esplementari: somma 360° — l'esplementare di 250° è 110°

⚠ **WATCH OUT · ATTENZIONE**

Complementari (90°) and **supplementari** (180°) are easily confused. A tip: the **c** of **complementare** comes before the **s** of **supplementare** in the alphabet, and 90 comes before 180.

Complementari (90°) e **supplementari** (180°) si confondono facilmente. Un aiuto: la **c** di **complementare** viene prima della **s** di **supplementare**, e 90 viene prima di 180.

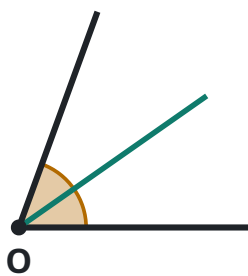
⚠ **WATCH OUT · ATTENZIONE**

The trick works in English too: **complementary** = 90° (think of a **corner** of a room), **supplementary** = 180° (think of **straight**, a straight line). «Esplementari» is rarely used in English: people say «angles that **add up to** 360° ».

Il trucco funziona anche in inglese: **complementary** = 90° (pensa a **corner**, l'angolo di una stanza), **supplementary** = 180° (pensa a **straight**, una linea dritta). «Esplementari» in inglese si usa poco: si dice «angles that **add up to** 360° ».

Basic · Livello 1

The angle bisector La bisettrice



the angle bisector

la bisettrice

it divides the angle into two congruent angles
divide l'angolo in due angoli congruenti

REMEMBER · RICORDA

 $1^\circ = 60' \text{ (minutes)} \quad 1' = 60'' \text{ (seconds)}$
 $1^\circ = 60' \text{ (primi)} \quad 1' = 60'' \text{ (secondi)}$

WRITTEN · SI SCRIVE

READ ALOUD · SI LEGGE

 $35^\circ 20' 45''$

«thirty-five degrees, twenty minutes, forty-five seconds»
 trentacinque gradi, venti primi, quarantacinque secondi

EXAMPLE · ESEMPIO

 $25^\circ 40' + 30^\circ 35' = 55^\circ 75' = 56^\circ 15' \quad (75' = 1^\circ 15')$
 $90^\circ - 37^\circ 25' = 89^\circ 60' - 37^\circ 25' = 52^\circ 35'$

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

It is a **sexagesimal** system (base 60), like hours and minutes: $55^\circ 75'$ must be written $56^\circ 15'$.

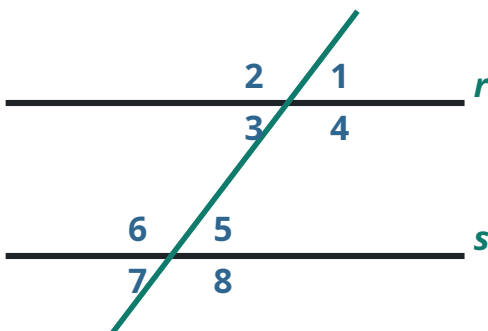
È un sistema **sessagesimale** (in base 60), come le ore e i minuti: $55^\circ 75'$ si deve scrivere $56^\circ 15'$.

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

English middle-school textbooks rarely use minutes and seconds: angles are usually written in degrees, with decimals too (35.5°). You read it «thirty-five point five **degrees**».

Nei libri inglesi della scuola media i primi e i secondi si usano poco: di solito l'ampiezza si scrive in gradi, anche con i decimali (35.5°). Si legge «thirty-five point five **degrees**».

Rette parallele tagliate da una trasversale



$r \parallel s$ cut by a transversal

$r \parallel s$ tagliate da una trasversale

coppia	esempio	proprietà	English
alterni interni	3 e 5, 4 e 6	congruenti	alternate interior angles are congruent
corrispondenti	1 e 5, 2 e 6	congruenti	corresponding angles are congruent
coniugati interni	3 e 6, 4 e 5	supplementari	co-interior angles are supplementary

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

In Britain students remember them with letters: **alternate angles** make a **Z**, **corresponding angles** an **F**, **co-interior angles** a **C** (or a U). In your answers, though, you must write the real name, not the letter!

In Gran Bretagna per ricordarli si usano le lettere: gli **alternate angles** formano una **Z**, i **corresponding angles** una **F**, i **co-interior angles** una **C** (o una U). Nelle risposte però bisogna scrivere il nome vero, non la lettera!

Advanced · Livello 2

Textbook instructions Le consegne del libro

Measure the angle **with a protractor**.

Misura l'angolo **con il goniometro**.

Draw an angle of 45° .

Disegna un angolo di 45° .

Work out the missing angle.

Calcola l'angolo mancante.

Find the value of x .

Trova il valore di x .

Classify each angle as acute, right or obtuse.

Classifica ogni angolo come acuto, retto o ottuso.

Give a reason for your answer.

Dai una ragione per la tua risposta.

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

«**Give a reason**» means writing the rule you used, for example «angles on a straight line add up to 180° » or «vertically opposite angles are equal».

«**Give a reason**» vuol dire scrivere la regola che hai usato, per esempio «angles on a straight line add up to 180° » oppure «vertically opposite angles are equal».

Exercises • Esercizi

1

Basic • Livello 1

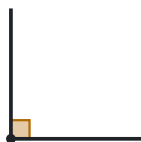
What type of angle is it?

Che tipo di angolo è?

a)



b)



c)



d)



2

Basic • Livello 1

Match each English word to its Italian translation.

Collega ogni parola italiana alla sua traduzione.

1 acute angle (less than 90°)

2 obtuse angle (more than 90°)

3 straight angle (180°)

4 full angle (360°)

5 vertically opposite angles

6 protractor

A angolo giro

B goniometro

C angolo acuto

D angoli opposti al vertice

E angolo piatto

F angolo ottuso

3

Basic • Livello 1

Calculate.

Calcola.

a. the complement of 35° : _____

b. the complement of 72° : _____

c. the supplement of 110° : _____

d. the angle that adds up to 360° with 250° :

4

Basic · Livello 1

True (V) or false (F)?

Vero (V) o falso (F)?

- a. An angle of 120° is acute.
- b. Two vertically opposite angles are congruent.
- c. A straight angle measures 180° .
- d. Two supplementary angles add up to 90° .
- e. The angle bisector divides the angle into two congruent parts.

V	F
V	F
V	F
V	F
V	F

5

Advanced · Livello 2

Calculate with degrees and minutes.

Calcola con gradi e primi.

- a. $25^\circ 40' + 30^\circ 35' =$ _____
- b. $90^\circ - 37^\circ 25' =$ _____
- c. $180^\circ - 98^\circ 50' =$ _____

6

Advanced · Livello 2

Parallel lines cut by a transversal: choose.

Rette parallele tagliate da una trasversale: scegli.

- a. Alternate angles are...
 - ☐ equal (congruent)
 - ☐ supplementary
 - ☐ complementary
- b. Co-interior angles are...
 - ☐ equal (congruent)
 - ☐ supplementary
 - ☐ complementary
- c. If one corresponding angle is 70° , the other one is...
 - ☐ 70°
 - ☐ 110°
 - ☐ 20°

Complete with the English words in the box.

Completa con le parole inglesi del riquadro.

acute right obtuse straight reflex

- a. An angle smaller than 90° is an _____ angle.
- b. An angle of exactly 90° is a _____ angle.
- c. An angle between 90° and 180° is an _____ angle.
- d. An angle of 180° is a _____ angle.
- e. An angle between 180° and 360° is a _____ angle.

Solutions • Soluzioni – Angles

1. a) acuto, b) retto, c) ottuso, d) piatto
2. 1-C, 2-F, 3-E, 4-A, 5-D, 6-B
3. a) $90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$
b) $90^\circ - 72^\circ = 18^\circ$
c) $180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$
d) $360^\circ - 250^\circ = 110^\circ$
4. a) F, b) V, c) V, d) F, e) V
5. a) $55^\circ 75' = 56^\circ 15'$
b) $52^\circ 35'$
c) $81^\circ 10'$
6. a) congruenti, b) supplementari, c) 70°
7. a) acute, b) right, c) obtuse, d) straight, e) reflex

Perimeter and area

Perimetro e area

What you will learn • Che cosa impari

- Understand the difference between perimeter and area.
Capire la differenza tra perimetro e area.
- Read units of measurement: cm, cm², m²...
Leggere le unità di misura: cm, cm², m²...
- Know the Italian formulas and their letters.
Conoscere le formule italiane e le loro lettere.
- Turn the sentences of a problem into formulas.
Trasformare le frasi del problema in formule.

Key words • Le parole chiave

ENGLISH	ITALIANO
perimeter (2p) In Italy the perimeter is written 2p; p is the semi-perimeter (half).	il perimetro (2p) pl. perimetri In Italia il perimetro si indica con 2p; p è il semiperimetro (la metà).
area (A) Area is measured in square units: cm ² , m ² ...	l' area (A) pl. aree L'area si misura in unità quadrate: cm ² , m ² ...
outline, boundary	il contorno pl. contorni
formula	la formula pl. formule
base	la base pl. basi
height (h)	l' altezza (h) pl. altezze
unit of measurement	l' unità di misura pl. unità di misura
centimetre (cm)	il centimetro (cm) pl. centimetri
square centimetre (cm²)	il centimetro quadrato (cm²) pl. centimetri quadrati

dimensions (length and width)

«Le dimensioni del rettangolo» = the base and the height.

le dimensioni

«Le dimensioni del rettangolo» = la base e l'altezza.

inverse formula (for another quantity)

From $A = b \times h$ you get the inverse formulas $b = A : h$ and $h = A : b$.

la formula inversa

pl. formule inverse

Da $A = b \times h$ si ricavano le formule inverse $b = A : h$ e $h = A : b$.

equal in area

Two equivalent figures have the same area, but they can have different shapes.

equivalente

pl. equivalenti

Due figure equivalenti hanno la stessa area, ma possono avere forma diversa.

with the same perimeter

Two isoperimetric figures have the same perimeter.

isoperimetrico

pl. isoperimetrici

Due figure isoperimetriche hanno lo stesso perimetro.

Basic · Livello 1

basic words and rules, everything translated into Italian. parole e regole di base, tutto tradotto in italiano.

Advanced · Livello 2

the language of English textbooks: Italian is only a help. il linguaggio del libro di testo: l'italiano è solo un aiuto.

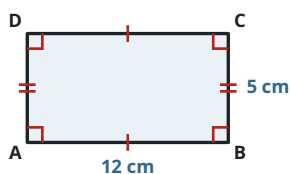
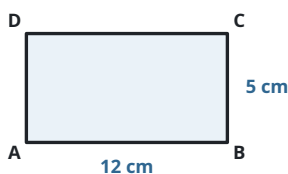
Basic · Livello 1**Perimeter or area? Perimetro o area?**

The **perimeter** is the length of the **outline** of the figure.

Il **perimetro** è la lunghezza del **contorno** della figura.

The **area** is the measure of the **surface**: the space inside the figure.

L'**area** è la misura della **superficie**: lo spazio dentro la figura.



$$2p = 12 + 5 + 12 + 5 = 34 \text{ cm}$$

$$A = 12 \times 5 = 60 \text{ cm}^2$$

REMEMBER · RICORDA

Perimeter is measured in **cm**, **m** (units of length). Area is measured in **cm²**, **m²** (square units).

Il perimetro si misura in **cm**, **m** (unità di lunghezza). L'area si misura in **cm²**, **m²** (unità quadrate).

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

In English the perimeter is the distance **all the way around** and the area is the space **inside**. cm^2 is read **square centimetres** (or «centimetres squared»).

In inglese il perimetro è la distanza **all the way around** (tutto intorno) e l'area è lo spazio **inside** (dentro). cm^2 si legge **square centimetres** (oppure «centimetres squared»).

Basic · Livello 1 **Reading units of measurement**

Leggere le unità di misura

WRITTEN · SI SCRIVE	READ ALOUD · SI LEGGE
mm	«millimetres» millimetri
cm	«centimetres» centimetri
dm	«decimetres» decimetri
m	«metres» metri
km	«kilometres» chilometri
cm^2	«square centimetres» centimetri quadrati
m^2	«square metres» metri quadrati
60 cm^2	«sixty square centimetres» sessanta centimetri quadrati

Basic · Livello 1 **Formulas** Le formule

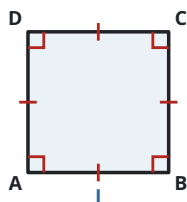
Italian formulas use these letters: **I** = side, **b** = base, **h** = height, **2p** = perimeter, **A** = area.

Nelle formule italiane si usano queste lettere: **I** = lato, **b** = base, **h** = altezza, **2p** = perimetro, **A** = area.

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

In English textbooks the perimeter is written **P** (not 2p) and the area **A**. For a rectangle they use **l** = **length** and **w** = **width**: $A = l \times w$. Careful: in English **l** means «length», not «side»!

Nei libri inglesi il perimetro si indica con **P** (non 2p) e l'area con **A**. Per il rettangolo si usano **l** = **length** (lunghezza) e **w** = **width** (larghezza): $A = l \times w$. Attenzione: in inglese **l** vuol dire «lunghezza», non «lato»!

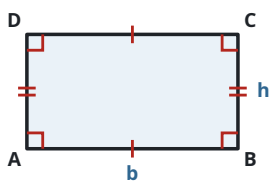


square

quadrato

$$2p = l \times 4$$

$$A = l \times l = l^2$$

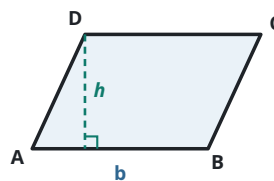


right-angled

rettangolo

$$2p = (b + h) \times 2$$

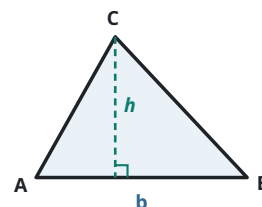
$$A = b \times h$$



parallelogram

parallelogramma

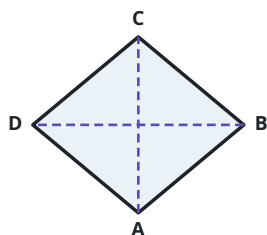
$$A = b \times h$$



triangle

triangolo

$$A = (b \times h) : 2$$



rhombus

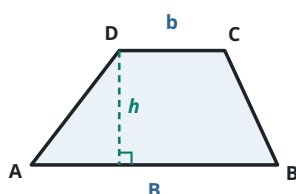
rombo

$$A = (D \times d) : 2$$

(D, d = diagonals)

$$A = (D \times d) : 2$$

(D, d = diagonali)



trapezium

trapezio

$$A = (B + b) \times h : 2$$

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

The formulas are the same; the **letters** change. In a trapezium **B** (capital) is the longer base, **b** (small) the shorter base.

Le formule sono le stesse, cambiano le **lettere**. Nel trapezio **B** (maiuscola) è la base maggiore, **b** (minuscola) la base minore.

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

In Britain a trapezio is called a **trapezium**, in the United States a **trapezoid**. Its two bases are called the **parallel sides**: $A = \frac{1}{2} (a + b) \times h$.

In Gran Bretagna il trapezio si chiama **trapezium**, negli Stati Uniti **trapezoid**. Le due basi si chiamano **parallel sides**: $A = \frac{1}{2} (a + b) \times h$.

WORKED PROBLEM · PROBLEMA SVOLTO

A rectangle has a base of 12 cm and a height of 5 cm. Find the perimeter and the area.

Un rettangolo ha la base di 12 cm e l'altezza di 5 cm. Calcola il perimetro e l'area.

Dati: $b = 12$ cm; $h = 5$ cm

Richiesta: $2p = ?$ $A = ?$

Soluzione: $2p = (12 + 5) \times 2 = 34$ cm $A = 12 \times 5 = 60$ cm²

Answer: the perimeter is 34 cm and the area is 60 cm².

Risposta: il perimetro è 34 cm e l'area è 60 cm².

If you know the area and one side, you can find the other side with an **inverse formula**. Inverse formulas are used a lot in Italian textbooks.

Se conosci l'area e un lato, puoi trovare l'altro lato con una **formula inversa**. Nei libri italiani le formule inverse sono molto usate.

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

In English inverse formulas have no special name: you say «**rearrange** the formula» or «make h the **subject** of the formula».

In inglese le formule inverse non hanno un nome speciale: si dice «**rearrange** the formula» oppure «make h the **subject** of the formula» (cioè: ricava h).

rectangle: $A = b \times h \rightarrow b = A : h$ $h = A : b$

rettangolo: $A = b \times h \rightarrow b = A : h$ $h = A : b$

square: $2p = l \times 4 \rightarrow l = 2p : 4$

quadrato: $2p = l \times 4 \rightarrow l = 2p : 4$

square: $A = l^2 \rightarrow l = \sqrt{A}$

quadrato: $A = l^2 \rightarrow l = \sqrt{A}$

triangle: $A = (b \times h) : 2 \rightarrow b = (A \times 2) : h$ $h = (A \times 2) : b$

triangolo: $A = (b \times h) : 2 \rightarrow b = (A \times 2) : h$ $h = (A \times 2) : b$

WRITTEN · SI SCRIVE

READ ALOUD · SI LEGGE

$h = A : b$

«the height is equal to the area divided by the base»
l'altezza è uguale all'area diviso la base

$l = \sqrt{A}$

«the side is equal to the square root of the area»
il lato è uguale alla radice quadrata dell'area

From words to formulas Dalle parole alla formula

In geometry problems the data are often written in sentences. Here is how to turn them into formulas:

Nei problemi di geometria i dati sono spesso scritti con frasi. Ecco come trasformarle:

a rectangle having a base of 8 cm $\rightarrow b = 8$ cm	un rettangolo avente la base di 8 cm $\rightarrow b = 8$ cm
the dimensions of the rectangle $\rightarrow b$ and h	le dimensioni del rettangolo $\rightarrow b$ e h
the base is 4 cm longer than the height $\rightarrow b = h + 4$	la base supera l'altezza di 4 cm $\rightarrow b = h + 4$
the height is three times the base $\rightarrow h = b \times 3$	l'altezza è il triplo della base $\rightarrow h = b \times 3$
the base is 2/3 of the height $\rightarrow b = h \times 2 : 3$	la base è i 2/3 dell'altezza $\rightarrow b = h \times 2 : 3$
the sum of the base and the height is 20 cm $\rightarrow b + h = 20$	la somma della base e dell'altezza è 20 cm $\rightarrow b + h = 20$
a square with the same perimeter as the rectangle $\rightarrow$ same $2p$	un quadrato isoperimetrico al rettangolo $\rightarrow$ stesso $2p$
a square with the same area as the rectangle $\rightarrow$ same A	un quadrato equivalente al rettangolo $\rightarrow$ stessa A

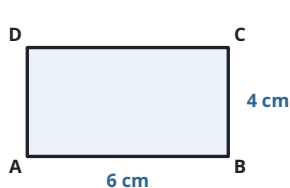
⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

Remember: $b + h$ is the **semi-perimeter** p of the rectangle. If you know $2p$, then $b + h = 2p : 2$.

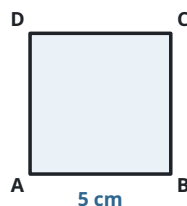
Ricorda: $b + h$ è il **semiperimetro** p del rettangolo. Se conosci $2p$, allora $b + h = 2p : 2$.

Same perimeter and same area

Isoperimetriche ed equivalenti

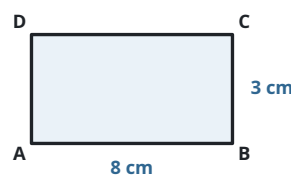


$$2p = 20 \text{ cm}, A = 24 \text{ cm}^2$$



$$2p = 20 \text{ cm}, A = 25 \text{ cm}^2$$

same perimeter as the rectangle
isoperimetrico al rettangolo
(stesso perimetro)



$$2p = 22 \text{ cm}, A = 24 \text{ cm}^2$$

same area as the first rectangle
equivalente al primo rettangolo (stessa area)

Two figures with the **same perimeter** can have **different areas**, and two figures with the **same area** can have **different perimeters**.

Due figure con lo **stesso perimetro** possono avere **aree diverse**, e due figure con la **stessa area** possono avere **perimetri diversi**.

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

«Isoperimetriche» and «equivalenti» are simply «**with the same perimeter**» and «**with the same area**» in English.

«Isoperimetriche» ed «equivalenti» in inglese si dicono semplicemente «**with the same perimeter**» e «**with the same area**».

Advanced · Livello 2

A worked problem Un problema svolto

WORKED PROBLEM · PROBLEMA SVOLTO

A rectangle has a perimeter of 56 cm and its base is **three times** its height. Find the area of the rectangle.

Un rettangolo ha il perimetro di 56 cm e la base è **il triplo** dell'altezza. Calcola l'area del rettangolo.

Dati: $2p = 56 \text{ cm}$; $b = h \times 3$

Richiesta: $A = ?$

$p = 56 : 2 = 28 \text{ cm} \rightarrow b + h = 28 \text{ cm}$

$b = 3 \text{ parti}, h = 1 \text{ parte} \rightarrow 4 \text{ parti} = 28 \text{ cm} \rightarrow 1 \text{ parte} = 28 : 4 = 7 \text{ cm}$

$h = 7 \text{ cm} \quad b = 7 \times 3 = 21 \text{ cm} \quad A = 21 \times 7 = 147 \text{ cm}^2$

Answer: the area of the rectangle is 147 cm².

Risposta: l'area del rettangolo è 147 cm².

Exercises • Esercizi

1

Basic • Livello 1

Match each English word to its Italian translation.

Collega ogni parola italiana alla sua traduzione.

1 perimeter (2p)

2 area (A)

3 height (h)

4 square centimetre (cm²)

5 formula

6 dimensions (length and width)

A centimetro quadrato (cm²)

B altezza (h)

C formula

D perimetro (2p)

E dimensioni

F area (A)

2

Basic • Livello 1

Find the perimeter and the area. Write the unit of measurement.

Calcola il perimetro e l'area. Scrivi l'unità di misura.

a. Square with sides of 6 cm: _____

b. Rectangle with base 9 cm and height 4 cm:

c. Triangle with base 10 cm and height 6 cm (area only):

3

Basic • Livello 1

True (V) or false (F)?

Vero (V) o falso (F)?

a. Area is measured in cm².

b. The perimeter is the space inside the shape.

c. «cm²» is read «square centimetres».

d. The area of a parallelogram is $A = b \times h$.

e. A square with sides of 3 cm has an area of 12 cm².

V F

V F

V F

V F

V F

4

Advanced · Livello 2

Turn the sentence into a formula. Choose.

Trasforma la frase in formula. Scegli.

a. «The base is 5 cm longer than the height.»

☐ $b = h + 5$

☐ $b = h \times 5$

☐ $h = b + 5$

b. «The height is $\frac{3}{4}$ of the base.»

☐ $h = b + 3 : 4$

☐ $h = b \times 3 : 4$

☐ $b = h \times 3 : 4$

c. «The rectangle has the same perimeter as a square with sides of 8 cm.»

☐ the rectangle has $2p = 32$ cm

☐ the rectangle has $A = 64$ cm²

☐ the rectangle has $b = 8$ cm

5

Advanced · Livello 2

Use the inverse formulas.

Usa le formule inverse.

a. Rectangle: $A = 48$ cm², $b = 8$ cm. $h = ?$ _____b. Square: $2p = 36$ cm. $l = ?$ _____c. Triangle: $A = 24$ cm², $b = 8$ cm. $h = ?$ _____d. Square: $A = 49$ cm². $l = ?$ _____

6

Advanced · Livello 2

Solve the problems. Write Data (Dati), Question (Richiesta), Solution (Soluzione) and Answer (Risposta).

Risolvi i problemi. Scrivi Dati, Richiesta, Soluzione e Risposta.

- a. A rectangle has a perimeter of 40 cm and its base is 4 cm longer than its height. Find the area.

- b. A square has the same perimeter as a rectangle measuring 10 cm by 6 cm. Find the area of the square.

- c. A parallelogram has the same area as a square with sides of 9 cm. The base of the parallelogram is 27 cm. Find its height.

7

Basic · Livello 1

Complete with the English words in the box.

Completa con le parole inglesi del riquadro.

perimeter area square length width

- a. The _____ is the distance all the way around a shape.
- b. The _____ is the amount of space inside a shape.
- c. Area is measured in _____ units, like cm^2 or m^2 .
- d. In the formula $A = l \times w$, the letter l stands for _____.
- e. In the formula $A = l \times w$, the letter w stands for _____.

Solutions • Soluzioni – Perimeter and area

1. 1-D, 2-F, 3-B, 4-A, 5-C, 6-E

2. a) $2p = 6 \times 4 = 24$ cm; $A = 6 \times 6 = 36$ cm²

b) $2p = (9 + 4) \times 2 = 26$ cm; $A = 9 \times 4 = 36$ cm²

c) $A = (10 \times 6) : 2 = 30$ cm²

3. a) V, b) F, c) V, d) V, e) F

4. a) $b = h + 5$, b) $h = b \times 3 : 4$, c) il rettangolo ha $2p = 32$ cm

5. a) $h = A : b = 48 : 8 = 6$ cm

b) $l = 2p : 4 = 36 : 4 = 9$ cm

c) $h = (A \times 2) : b = 48 : 8 = 6$ cm

d) $l = \sqrt{49} = 7$ cm

6. a) $p = 20$ cm; $h = (20 - 4) : 2 = 8$ cm; $b = 8 + 4 = 12$ cm; $A = 12 \times 8 = 96$ cm²

b) $2p = (10 + 6) \times 2 = 32$ cm; $l = 32 : 4 = 8$ cm; $A = 8 \times 8 = 64$ cm²

c) $A = 9 \times 9 = 81$ cm²; $h = 81 : 27 = 3$ cm

7. a) perimeter, b) area, c) square, d) length, e) width

Pythagoras' theorem

Il teorema di Pitagora

What you will learn • Che cosa impari

- Understand and repeat the statement of Pythagoras' theorem.
Capire e ripetere l'enunciato del teorema di Pitagora.
- Find the hypotenuse and a leg.
Calcolare l'ipotenusa e un cateto.
- Use the theorem in figures: rectangle, isosceles triangle, rhombus, trapezium.
Usare il teorema nelle figure: rettangolo, triangolo isoscele, rombo, trapezio.
- Understand the phrases in English textbooks: «hypotenuse», «to 1 decimal place», «not drawn to scale».
Capire le frasi dei libri inglesi: «hypotenuse», «to 1 decimal place», «not drawn to scale».

Key words • Le parole chiave

ENGLISH	ITALIANO
Pythagoras' theorem	il teorema di Pitagora
right-angled triangle	il triangolo rettangolo pl. triangoli rettangoli
leg (side next to the right angle) The two sides that form the right angle.	il cateto pl. cateti I due lati che formano l'angolo retto.
hypotenuse The side opposite the right angle: it is the longest side.	l'ipotenusa pl. ipotenuse Il lato opposto all'angolo retto: è il lato più lungo.
squared 5^2 is read «cinque al quadrato» or «cinque alla seconda».	al quadrato 5^2 si legge «cinque al quadrato» oppure «cinque alla seconda».
square root	la radice quadrata pl. radici quadrate
perfect square A number like 1, 4, 9, 16, 25...: its square root is a whole number.	il quadrato perfetto pl. quadrati perfetti Un numero come 1, 4, 9, 16, 25...: la sua radice quadrata è un numero intero.
drawn on «il quadrato costruito sull'ipotenusa» = the square whose side is the hypotenuse.	costruito su «il quadrato costruito sull'ipotenusa» = il quadrato che ha per lato l'ipotenusa.

Pythagorean triple

Three whole numbers like 3, 4, 5: $3^2 + 4^2 = 5^2$.

la **terna pitagorica**

pl. terne pitagoriche

Tre numeri interi come 3, 4, 5: $3^2 + 4^2 = 5^2$.

to approximate (to)

«approssima a meno di un decimo» = write the result with one digit after the comma.

approssimare (a meno di)

«approssima a meno di un decimo» = scrivi il risultato con una cifra dopo la virgola.

Basic · Livello 1

basic words and rules, everything translated into Italian. parole e regole di base, tutto tradotto in italiano.

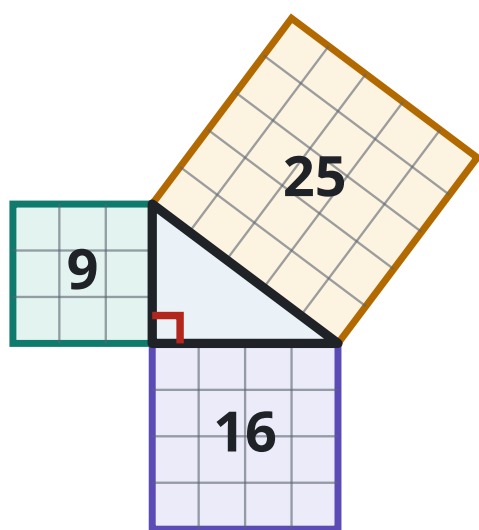
Advanced · Livello 2

the language of English textbooks: Italian is only a help. il linguaggio del libro di testo: l'italiano è solo un aiuto.

Basic · Livello 1**The theorem** Il teorema

Pythagoras' theorem works **only for right-angled triangles**. Remember: the **legs** form the right angle, the **hypotenuse** is the side opposite it.

Il teorema di Pitagora vale **solo per i triangoli rettangoli**. Ricorda: i **cateti** formano l'angolo retto, l'**ipotenusa** è il lato opposto.



$$9 + 16 = 25$$

legs 3 and 4, hypotenuse 5:

count the squares!

cateti 3 e 4, ipotenusa 5:

conta i quadretti!

REMEMBER · RICORDA

In a right-angled triangle the **square on the hypotenuse** is **equal in area** to the **sum of the squares on the legs**.

In un triangolo rettangolo il **quadrato costruito sull'ipotenusa** è **equivalente** alla **somma dei quadrati costruiti sui cateti**.

WHAT · CHE COSA	IN ITALY · IN ITALIA	IN THE UK · IN GRAN BRETAGNA
name nome	teorema di Pitagora	Pythagoras' theorem
formula formula	$i^2 = c_1^2 + c_2^2$	$a^2 + b^2 = c^2$
letters lettere	i = ipotenusa; c₁, c₂ = cateti	c = hypotenuse; a, b = shorter sides

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

In English textbooks **c** is the **hypotenuse** and the shorter sides are **a** and **b**: $a^2 + b^2 = c^2$. In Italian textbooks, instead, **c** means **cateto** (a shorter side)! The shorter sides are usually called **the two shorter sides** in English (sometimes **legs**).

Nei libri inglesi **c** è l'**ipotenusa** e i cateti sono **a** e **b**: $a^2 + b^2 = c^2$. Nei libri italiani invece **c** vuol dire **cateto**! I cateti in inglese si chiamano di solito **the two shorter sides** (a volte **legs**).

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

How to say it: **hypotenuse** = hy-**PO**-te-nuse (/haɪ'pɒtənjuːz/), **Pythagoras** = py-**THA**-go-ras (/paɪ 'θæɡərəs/). The stress is on the second syllable.

Come si pronuncia: **hypotenuse** = hy-**PO**-te-nuse (/haɪ'pɒtənjuːz/), **Pythagoras** = py-**THA**-go-ras (/paɪ 'θæɡərəs/). L'accento è sulla seconda sillaba.

Basic · Livello 1 **Formulas** Le formule

WRITTEN · SI SCRIVE	READ ALOUD · SI LEGGE
$i = \sqrt{c_1^2 + c_2^2}$	«the hypotenuse is equal to the square root of the sum of the squares of the legs» l'ipotenusa è uguale alla radice quadrata della somma dei quadrati dei cateti
$c_1 = \sqrt{i^2 - c_2^2}$	«a leg is equal to the square root of the difference between the square of the hypotenuse and the square of the other leg» un cateto è uguale alla radice quadrata della differenza tra il quadrato dell'ipotenusa e il quadrato dell'altro cateto

REMEMBER · RICORDA

To find the **hypotenuse**, **add**. To find a **leg**, **subtract**.

Per trovare l'**ipotenusa** fai la **somma**. Per trovare un **cateto** fai la **differenza**.

EXAMPLE · ESEMPIO

Find the hypotenuse: legs of 6 cm and 8 cm.

Calcola l'ipotenusa: cateti di 6 cm e 8 cm.

$$i = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$

EXAMPLE · ESEMPIO

Find the leg: hypotenuse of 13 cm, leg of 5 cm.

Calcola il cateto: ipotenusa di 13 cm, cateto di 5 cm.

$$c = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

Remember the **order**: first the squares, then the sum (or the difference), **finally** the root. $\sqrt{36 + 64}$ is **not** $6 + 8$!

Ricorda l'**ordine**: prima i quadrati, poi la somma (o la differenza), **alla fine** la radice. $\sqrt{36 + 64}$ **non** è $6 + 8$!

Basic · Livello 1**Perfect squares** I quadrati perfetti

You often find these numbers in problems. It is worth learning them:

Nei problemi trovi spesso questi numeri. Conviene impararli:

EXAMPLE · ESEMPIO

$$1^2 = 1 \quad 2^2 = 4 \quad 3^2 = 9 \quad 4^2 = 16 \quad 5^2 = 25 \quad 6^2 = 36$$

$$7^2 = 49 \quad 8^2 = 64 \quad 9^2 = 81 \quad 10^2 = 100 \quad 11^2 = 121 \quad 12^2 = 144$$

$$13^2 = 169 \quad 15^2 = 225 \quad 17^2 = 289 \quad 20^2 = 400 \quad 25^2 = 625$$

WRITTEN · SI SCRIVE

$$\sqrt{144} = 12$$

READ ALOUD · SI LEGGE

«the square root of one hundred and forty-four is twelve»
la radice quadrata di centoquarantaquattro è dodici

Pythagorean triples Le terne pitagoriche

A **Pythagorean triple** is three whole numbers that fit the theorem. If you recognise them, you save a lot of calculation.

Una **terna pitagorica** è formata da tre numeri interi che rispettano il teorema. Se le riconosci, risparmi molti calcoli.

EXAMPLE · ESEMPIO

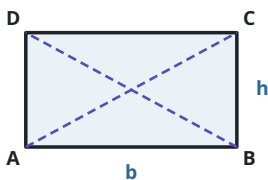
3, 4, 5 5, 12, 13 8, 15, 17 7, 24, 25

anche i multipli: 6, 8, 10 (3, 4, 5 × 2) 9, 12, 15 (3, 4, 5 × 3)

Pythagoras in figures Pitagora nelle figure

Many geometry problems are solved by finding a **hidden right-angled triangle** inside the figure.

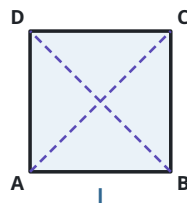
Molti problemi di geometria si risolvono trovando un **triangolo rettangolo nascosto** dentro la figura.



right-angled

rettangolo

$$d = \sqrt{(b^2 + h^2)}$$



square

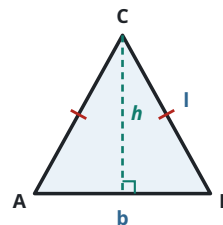
quadrato

$$d = \sqrt{(l^2 + l^2)} = l \times \sqrt{2}$$

$$(\sqrt{2} \approx 1,414)$$

$$d = \sqrt{(l^2 + l^2)} = l \times \sqrt{2}$$

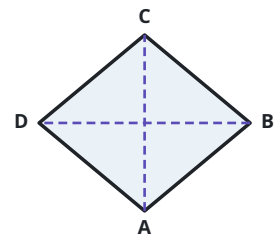
$$(\sqrt{2} \approx 1,414)$$



isosceles triangle

triangolo isoscele

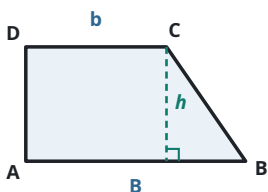
$$h = \sqrt{(l^2 - (b : 2)^2)}$$



rhombus

rombo

$$l = \sqrt{((D : 2)^2 + (d : 2)^2)}$$



right trapezium

trapezio rettangolo

$$\text{slanting side} = \sqrt{(h^2 + (B - b)^2)}$$

$$\text{lato obliquo} = \sqrt{(h^2 + (B - b)^2)}$$

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

In an isosceles triangle and in a rhombus you use **half** the base or half the diagonals: the height and the diagonals cut them in half.

Nel triangolo isoscele e nel rombo si usa la **metà** della base o delle diagonali: l'altezza e le diagonali tagliano a metà.

Advanced · Livello 2 **Textbook sentences** Le frasi del libro

Use Pythagoras' theorem **to find...**

Usa il teorema di Pitagora **per calcolare...**

Calculate the **length** of the missing side.

Calcola la **lunghezza** del lato mancante.

Give your answer **to 1 decimal place** (1 d.p.).

Dai la risposta **con una cifra decimale**.

Round your answer **to 2 decimal places**.

Arrotonda il risultato **ai centesimi**.

Show that the triangle is right-angled.

Dimostra che il triangolo è rettangolo.

The diagram is **not drawn to scale**.

Il disegno **non è in scala**.

Find the **distance** between points A and B.

Trova la **distanza** tra i punti A e B.

⚠ WATCH OUT · ATTENZIONE

English textbooks often say «**not drawn to scale**»: it means you cannot measure the diagram with a ruler, you have to **calculate**.

Nei libri inglesi si trova spesso «**not drawn to scale**»: vuol dire che non puoi misurare il disegno con il righello, devi **calcolare**.

The **converse theorem**: if $a^2 = b^2 + c^2$, then the triangle **is** right-angled. This is how you check whether a triangle is right-angled.

Il **teorema inverso**: se $a^2 = b^2 + c^2$, allora il triangolo **è** rettangolo. Così si verifica se un triangolo è rettangolo.

EXAMPLE · ESEMPIO

Is the triangle with sides of 7 cm, 24 cm and 25 cm right-angled?

Il triangolo con i lati di 7 cm, 24 cm e 25 cm è rettangolo?

$$7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625 \quad 25^2 = 625 \quad \rightarrow \text{ sì, è rettangolo}$$

WORKED PROBLEM · PROBLEMA SVOLTO

A rectangle has a base of 24 cm and a height of 7 cm. Find the length of the diagonal.

Un rettangolo ha la base di 24 cm e l'altezza di 7 cm. Calcola la misura della diagonale.

La diagonale divide il rettangolo in due triangoli rettangoli: i cateti sono b e h.

$$d = \sqrt{(24^2 + 7^2)} = \sqrt{(576 + 49)} = \sqrt{625} = 25 \text{ cm}$$

Answer: the diagonal is 25 cm long.

Risposta: la diagonale misura 25 cm.

WORKED PROBLEM · PROBLEMA SVOLTO

An isosceles triangle has a base of 10 cm and slanting sides of 13 cm. Find the height relative to the base and the area.

Un triangolo isoscele ha la base di 10 cm e il lato obliquo di 13 cm. Calcola l'altezza relativa alla base e l'area.

$$\text{metà base} = 10 : 2 = 5 \text{ cm}$$

$$h = \sqrt{(13^2 - 5^2)} = \sqrt{(169 - 25)} = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$

$$A = (10 \times 12) : 2 = 60 \text{ cm}^2$$

Answer: the height is 12 cm and the area is 60 cm².

Risposta: l'altezza misura 12 cm e l'area è 60 cm².

Exercises • Esercizi

1

Basic • Livello 1

Match each English word to its Italian translation.

Collega ogni parola italiana alla sua traduzione.

1 theorem

2 leg (side next to the right angle)

3 hypotenuse

4 square root

5 perfect square

6 Pythagorean triple

A cateto

B ipotenusa

C quadrato perfetto

D radice quadrata

E terna pitagorica

F teorema

2

Basic • Livello 1

Find the missing side.

Calcola il lato che manca.

a. shorter sides $a = 3$ cm and $b = 4$ cm. $c = ?$

b. shorter sides $a = 9$ cm and $b = 12$ cm. $c = ?$

c. hypotenuse $c = 10$ cm, shorter side $a = 6$ cm. $b = ?$

d. hypotenuse $c = 17$ cm, shorter side $a = 8$ cm. $b = ?$

3

Basic • Livello 1

True (V) or false (F)?

Vero (V) o falso (F)?

a. Pythagoras' theorem works for all triangles.

b. The hypotenuse is longer than each of the shorter sides.

c. $\sqrt{49} = 7$

d. In Italian textbooks the letter «c» stands for the hypotenuse.

e. In English textbooks the letter «c» stands for the hypotenuse.

f. If the shorter sides are 6 cm and 8 cm, the hypotenuse is 14 cm.

V	F
V	F
V	F
V	F
V	F
V	F

Choose the right answer.

Scegli la risposta giusta.

a. Is the triangle with sides of 5 cm, 12 cm and 13 cm right-angled?

- ☐ sì, perché $25 + 144 = 169$
- ☐ no, perché $5 + 12 \neq 13$
- ☐ you cannot tell

b. «Give $\sqrt{2}$ to 1 decimal place.»

- ☐ 1
- ☐ 1,4
- ☐ 1,41

c. Which formula gives the diagonal of a rectangle?

- ☐ $d = b + h$
- ☐ $d = \sqrt{(b^2 + h^2)}$
- ☐ $d = \sqrt{(b^2 - h^2)}$

Solve the problems. First draw the figure and look for the right-angled triangle.

Risolvi i problemi. Disegna prima la figura e cerca il triangolo rettangolo.

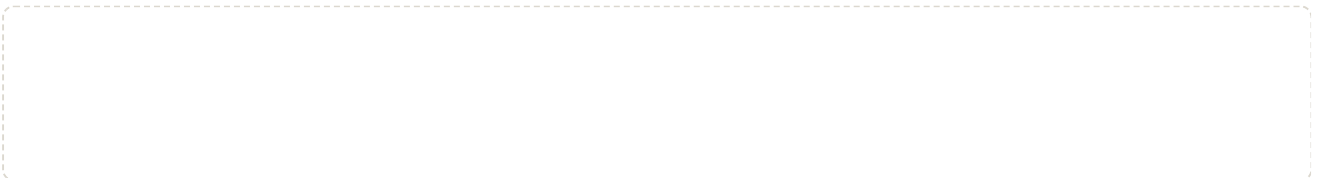
- a. A rectangle measures 12 cm by 5 cm. Calculate the diagonal.



- b. A square has sides of 10 cm. Calculate the diagonal, to 1 decimal place.



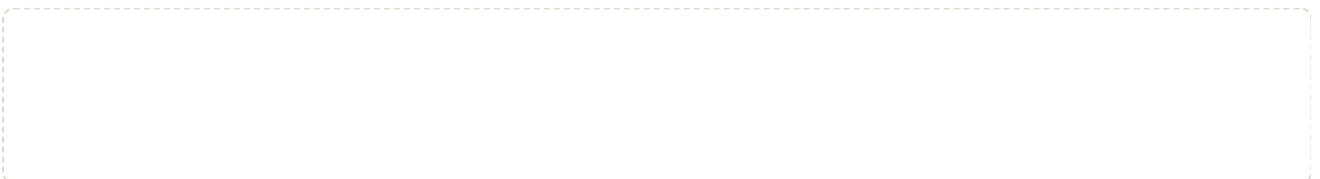
- c. An isosceles triangle has a base of 16 cm and two equal sides of 10 cm. Calculate its height and area.



- d. A rhombus has diagonals of 24 cm and 10 cm. Calculate the length of a side and the perimeter.



- e. A ladder 5 m long leans against a wall. The foot of the ladder is 3 m from the wall. How high up the wall does the ladder reach?



Complete with the English words in the box.

Completa con le parole inglesi del riquadro.

right hypotenuse shorter add subtract

- a. Pythagoras' theorem only works for _____-angled triangles.
- b. The longest side, opposite the right angle, is the _____.
- c. The two _____ sides form the right angle.
- d. To find the hypotenuse, you _____ the squares.
- e. To find a shorter side, you _____ the squares.

Solutions • Soluzioni – Pythagoras' theorem

1. 1-F, 2-A, 3-B, 4-D, 5-C, 6-E

2. a) $i = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$

b) $i = \sqrt{81 + 144} = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$

c) $c = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8 \text{ cm}$

d) $c = \sqrt{289 - 64} = \sqrt{225} = 15 \text{ cm}$

3. a) F, b) V, c) V, d) F, e) V, f) F

4. a) sì, perché $25 + 144 = 169$, b) 1,4, c) $d = \sqrt{b^2 + h^2}$

5. a) $d = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$

b) $d = 10 \times \sqrt{2} \approx 10 \times 1,414 \approx 14,1 \text{ cm}$

c) $h = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6 \text{ cm}$; $A = (16 \times 6) : 2 = 48 \text{ cm}^2$

d) $l = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$; $2p = 13 \times 4 = 52 \text{ cm}$

e) $h = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4 \text{ m}$

6. a) right, b) hypotenuse, c) shorter, d) add, e) subtract

Glossary · Glossario

ENGLISH	ITALIANO	UNIT · UNITÀ
100 grams (hg) Used a lot in shops: un etto = 100 g.	l' etto (hg) pl. etti Molto usato nei negozi: un etto = 100 g.	
about a hundred Irregular plural: due centinaia.	il centinaio pl. centinaia Plurale irregolare: due centinaia.	
about a thousand Irregular plural: migliaia di persone.	il migliaio pl. migliaia Plurale irregolare: migliaia di persone.	
about ten; tens «una decina di libri» = about 10 books.	la decina pl. decine «una decina di libri» = circa 10 libri.	
about, approximately	circa	
absolute value	il valore assoluto (modulo) $ -5 = 5$	
absorbing element (0 in multiplication)	l' elemento assorbente	The four operations and their properties
acute angle (less than 90°)	l' angolo acuto pl. angoli acuti	
acute-angled	acutangolo pl. acutangoli	
addend	l' addendo pl. addendi	The four operations and their properties
addition	l' addizione pl. addizioni	
adjacent angles on a straight line They are consecutive and their other two arms lie on the same line: they are supplementary.	gli angoli adiacenti Sono consecutivi e gli altri due lati stanno sulla stessa retta: sono supplementari.	Angles
adjacent segments on the same line	i segmenti adiacenti	Point, line, plane
adjacent sides	i lati consecutivi	
algebraic expression (with letters)	l' espressione letterale (algebraica) pl. espressioni letterali	
algebraic sum	l' addizione algebrica (somma algebrica)	

ENGLISH	ITALIANO	UNIT · UNITÀ
alternate interior angles	gli angoli alterni interni	Angles
angle	l' angolo pl. angoli	
angle at the centre	l' angolo al centro pl. angoli al centro	
angle bisector It divides an angle into two congruent angles.	la bisettrice pl. bisettrici Divide un angolo in due angoli congruenti.	
angles adding up to 360°	gli angoli esplementari	Angles
annulus (ring)	la corona circolare pl. corone circolari	
answer	la risposta pl. risposte	
antecedent (first term)	l' antecedente pl. antecedenti	
approximate root	la radice approssimata pl. radici approssimate	
arc	l' arco pl. archi	
area (A) Area is measured in square units: cm ² , m ² ...	l' area (A) pl. aree L'area si misura in unità quadrate: cm ² , m ² ...	Perimeter and area
as large as possible	il più grande possibile	Highest common factor
associative property	la proprietà associativa	The four operations and their properties
at least	almeno	
at most	al massimo	
at the same time	contemporaneamente	Multiples and least common multiple
balanced scales	la bilancia in equilibrio	
bar chart	l' istogramma (diagramma a barre) pl. istogrammi	
base	la base pl. basi	Multiples and least common multiple
base angles	gli angoli alla base	

ENGLISH	ITALIANO	UNIT · UNITÀ
basic geometric element	l' ente geometrico fondamentale pl. enti geometrici	Point, line, plane
basic property of fractions If you multiply or divide the numerator and the denominator by the same number, the fraction does not change.	la proprietà invariantiva Se moltiplichi o dividi numeratore e denominatore per lo stesso numero, la frazione non cambia.	Fractions
belongs to (€)	appartiene a (€)	
below zero	sotto zero	
billion	il miliardo pl. miliardi	
binomial / trinomial	il binomio / trinomio	
brackets () round · [] square · { } curly	la parentesi pl. parentesi () tonde · [] quadre · { } graffe	
breaking a number into parts The opposite of the associative property: $7 + 5 = 7 + 3 + 2$.	la proprietà dissociativa Il contrario dell'associativa: $7 + 5 = 7 + 3 + 2$.	The four operations and their properties
broken line	la spezzata (linea spezzata) pl. spezzate	Point, line, plane
capacity	la capacità	
capital letter «B maiuscola» is also called «bi grande» (big B).	la maiuscola pl. maiuscole «B maiuscola» si dice anche «bi grande».	
cardinal number (one, two, three...)	il numero cardinale pl. numeri cardinali	
Cartesian plane	il piano cartesiano	
cent (1 € = 100 cents)	il centesimo pl. centesimi	
centimetre (cm)	il centimetro (cm) pl. centimetri	Perimeter and area
centre	il centro pl. centri	
centre of symmetry	il centro di simmetria	
centroid (where the three medians meet)	il baricentro	
certain event (probability 1)	l' evento certo	

ENGLISH	ITALIANO	UNIT · UNITÀ
change (money back) In problems with money «resto» is the change you get back, not the remainder of a division.	il resto (dei soldi) Nei problemi con i soldi il «resto» è il denaro che ti restituiscono, non il resto della divisione.	
check	la verifica	
check (of a calculation) «fare la prova» = check the result with the inverse operation.	la prova pl. prove «fare la prova» = controllare il risultato con l'operazione inversa.	The four operations and their properties
chord The diameter is the longest chord.	la corda pl. corde Il diametro è la corda più lunga.	
circle (the whole disc) It is the part of the plane inside the circumference: it has an area.	il cerchio pl. cerchi È la parte di piano dentro la circonferenza: ha un'area.	
circumcentre (where the perpendicular bisectors meet)	il circocentro	
circumference (the line of the circle) It is the line. Its length is the «perimeter» of the circle.	la circonferenza pl. circonferenze È la linea. La sua lunghezza è il «perimetro» del cerchio.	
circumscribed about «quadrato circoscritto a una circonferenza» = the sides touch the circumference.	circoscritto a pl. circoscritti «quadrato circoscritto a una circonferenza» = i lati toccano la circonferenza.	
clockwise / anticlockwise	in senso orario / antiorario	
close bracket	chiusa parentesi	
co-interior angles	gli angoli coniugati interni	Angles
coefficient In $3a^2b$ the coefficient is 3.	il coefficiente pl. coefficienti In $3a^2b$ il coefficiente è 3.	
coin	la moneta pl. monete	
collinear «three collinear points»	allineati «tre punti allineati»	Point, line, plane
comma (the decimal point in Italy) In Italy the comma separates the whole part from the decimals: 3,5.	la virgola pl. virgole In Italia la virgola separa la parte intera dai decimali: 3,5.	

ENGLISH	ITALIANO	UNIT · UNITÀ
common divisors	i divisori comuni	Highest common factor
common multiple	il multiplo comune pl. multipli comuni	Multiples and least common multiple
common, shared	comune pl. comuni	Multiples and least common multiple
commutative property	la proprietà commutativa	The four operations and their properties
complementary angles (sum 90°)	gli angoli complementari	
complementary event	l' evento contrario	
composite number It has more than two divisors: 4, 6, 8, 9...	il numero composto pl. numeri composti Ha più di due divisori: 4, 6, 8, 9...	Divisibility, divisors and prime numbers
concave	concavo pl. concavi	
concentric	concentrico pl. concentrici	
cone	il cono pl. coni	
congruent Italian textbooks say «congruente» instead of «uguale» (equal) for segments, angles and figures.	congruente pl. congruenti Nei libri italiani si dice «congruente» invece di «uguale» per segmenti, angoli e figure.	
consecutive angles (shared vertex and side)	gli angoli consecutivi	Angles
consecutive numbers	i numeri consecutivi $n, n + 1, n + 2$	
consecutive segments (one shared endpoint)	i segmenti consecutivi	Point, line, plane
consequent (second term)	il conseguente pl. conseguenti	
constant of proportionality (k)	la costante di proporzionalità (k)	
constant term	il termine noto	
converse theorem	il teorema inverso	Pythagoras' theorem
convex	convesso pl. convessi	

ENGLISH	ITALIANO	UNIT · UNITÀ
coordinate axes	gli assi cartesiani	
coordinates In Italy they are written with a semicolon: A(3; 2).	le coordinate In Italia si scrivono con il punto e virgola: A(3; 2).	
coprime (relatively prime)	primi tra loro (coprimi)	Multiples and least common multiple
corresponding angles	gli angoli corrispondenti	Angles
cube	il cubo pl. cubi	
cube root ($\sqrt[3]{}$)	la radice cubica ($\sqrt[3]{}$) pl. radici cubiche	
cubed	al cubo	
cubic metre (m³)	il metro cubo (m³) pl. metri cubi	
cuboid	il parallelepipedo (rettangolo) pl. parallelepipedi	
cylinder	il cilindro pl. cilindri	
decagon	il decagono pl. decagoni	
decimal fraction (denominator 10, 100...)	la frazione decimale pl. frazioni decimali	Fractions
decimal number	il numero decimale pl. numeri decimali	
decimal part	la parte decimale	
decimal places	le cifre decimali	
decimal system	il sistema decimale	Natural numbers and the decimal system
decreased by «a decreased by 3» = $a - 3$	diminuito di «a diminuito di 3» = $a - 3$	
degree Sum of the exponents of the letters: $3a^2b$ has degree 3.	il grado (di un monomio) Somma degli esponenti delle lettere: $3a^2b$ ha grado 3.	
degree (°)	il grado (°) pl. gradi	
denominator	il denominatore pl. denominatori	

ENGLISH	ITALIANO	UNIT · UNITÀ
dependent variable (y)	la variabile dipendente (y)	
diagonal It joins two vertices that are not next to each other.	la diagonale pl. diagonali Unisce due vertici non consecutivi.	
diameter (d)	il diametro (d) pl. diametri $d = r \times 2$	
dice	il dado pl. dadi	
difference (result of a subtraction)	la differenza pl. differenze	
digit (one of 0–9) The number 352 has three digits: 3, 5 and 2.	la cifra pl. cifre Il numero 352 ha tre cifre: 3, 5 e 2.	
dimensions (length and width) «Le dimensioni del rettangolo» = the base and the height.	le dimensioni «Le dimensioni del rettangolo» = la base e l'altezza.	Perimeter and area
direct proportion	la proporzionalità diretta $y = kx$	
directly proportional	direttamente proporzionali	
discount	lo sconto pl. sconti	
distance	la distanza pl. distanze	Point, line, plane
distributive property	la proprietà distributiva	The four operations and their properties
divided by (÷) In Italy division is written with a colon: $8 : 2$.	diviso (÷) In Italia la divisione si scrive con i due punti: $8 : 2$.	
dividend	il dividendo pl. dividendi	The four operations and their properties
divisibility rule	il criterio di divisibilità pl. criteri di divisibilità	Divisibility, divisors and prime numbers
divisible by	divisibile per	Multiples and least common multiple
division	la divisione pl. divisioni	
divisor	il divisore (nella divisione) pl. divisori	The four operations and their properties

ENGLISH	ITALIANO	UNIT · UNITÀ
divisor, factor	il divisore pl. divisori	Multiples and least common multiple
divisor, factor «4 è sottomultiplo di 12» = «4 is a divisor of 12».	il sottomultiplo pl. sottomultipli «4 è sottomultiplo di 12» = «4 è divisore di 12».	Multiples and least common multiple
double	il doppio	
dozen (12)	la dozzina pl. dozzine	
drawn on «il quadrato costruito sull'ipotenusa» = the square whose side is the hypotenuse.	costruito su «il quadrato costruito sull'ipotenusa» = il quadrato che ha per lato l'ipotenusa.	Pythagoras' theorem
each (one)	ciascuno (ognuno)	
edge	lo spigolo pl. spigoli	
endpoints (of a segment)	gli estremi (di un segmento)	Point, line, plane
enlargement (dilation)	l' omotetia pl. omotetie	
enlargement / reduction	l' ingrandimento / riduzione	
equal groups	i gruppi uguali	Highest common factor
equal in area Two equivalent figures have the same area, but they can have different shapes.	equivalente pl. equivalenti Due figure equivalenti hanno la stessa area, ma possono avere forma diversa.	
equals (=)	uguale (=)	
equation	l' equazione pl. equazioni	
equilateral It has 3 congruent sides.	equilatero pl. equilateri Ha 3 lati congruenti.	
equivalent fraction 1/2 and 2/4 are equivalent: they show the same amount.	la frazione equivalente pl. frazioni equivalenti 1/2 e 2/4 sono equivalenti: indicano la stessa quantità.	Fractions
Euclid's algorithm	l' algoritmo di Euclide	Highest common factor

ENGLISH	ITALIANO	UNIT · UNITÀ
euro (€) In Italy the € symbol is written after the number: 2,50 €.	l' euro (€) pl. euro In Italia il simbolo € si scrive dopo il numero: 2,50 €.	
even It does not change in the plural: i numeri pari.	pari Non cambia al plurale: i numeri pari.	Natural numbers and the decimal system
event	l' evento pl. eventi	
every «ogni 4 giorni» = once, then again 4 days later, ...	ogni «ogni 4 giorni» = una volta, poi dopo 4 giorni ancora, ...	Multiples and least common multiple
exact root (a whole number)	la radice esatta pl. radici esatte	
expense; shopping «fare la spesa» = buy food at the supermarket.	la spesa pl. spese «fare la spesa» = comprare cibo al supermercato.	
exponent	l' esponente pl. esponenti	Multiples and least common multiple
expression	l' espressione pl. espressioni	The four operations and their properties
extension	il prolungamento pl. prolungamenti	
external line	la retta esterna pl. rette esterne	
extremes In $a : b = c : d$ the extremes are a and d.	gli estremi In $a : b = c : d$ gli estremi sono a e d.	
face	la faccia pl. facce	
factor (each number in a multiplication)	il fattore pl. fattori	Multiples and least common multiple
favourable outcomes	i casi favorevoli	
figure; picture «in figura» = in the drawing.	la figura pl. figure «in figura» = nel disegno.	
final price (after discount)	il prezzo finale (prezzo scontato)	
following	seguinte pl. seguenti	

ENGLISH	ITALIANO	UNIT · UNITÀ
formula	la formula pl. formule	Perimeter and area
fraction	la frazione pl. frazioni	
fraction bar	la linea di frazione	Fractions
fraction equal to a whole number The numerator is a multiple of the denominator: $8/4 = 2$.	la frazione apparente pl. frazioni apparenti Il numeratore è multiplo del denominatore: $8/4 = 2$.	Fractions
fraction equal to the decimal The fraction the decimal number comes from: 0,5 → $1/2$.	la frazione generatrice pl. frazioni generatrici La frazione da cui nasce il numero decimale: 0,5 → $1/2$.	
fraction in lowest terms	la frazione irriducibile pl. frazioni irriducibili	Fractions
fraction of a number «i $3/4$ di 20» = $20 : 4 \times 3 = 15$.	la frazione come operatore «i $3/4$ di 20» = $20 : 4 \times 3 = 15$.	Fractions
frequency How many times a value appears.	la frequenza (assoluta) pl. frequenze Quante volte compare un dato.	
frequency table	la tabella delle frequenze	
full angle (360°)	l' angolo giro	Angles
function	la funzione pl. funzioni	
fundamental property of proportions The product of the means is equal to the product of the extremes.	la proprietà fondamentale delle proporzioni Il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi.	
geometric transformation	la trasformazione geometrica pl. trasformazioni	
given (data)	il dato pl. dati	
gradient (m)	il coefficiente angolare (m)	
gram (g)	il grammo (g) pl. grammi	
graph	il grafico pl. grafici	
greater than (>)	maggiore di (>)	

ENGLISH	ITALIANO	UNIT · UNITÀ
gross weight (with packaging)	il peso lordo	
half	la metà	
half «le dieci e mezza» = 10:30; «un mezzo» = 1/2.	mezzo / mezza «le dieci e mezza» = 10:30; «un mezzo» = 1/2.	
having «un rettangolo avente la base di 8 cm» = that has a base of 8 cm.	avente pl. aventi «un rettangolo avente la base di 8 cm» = che ha la base di 8 cm.	Perimeter and area
hectare (ha)	l' ettaro (ha) pl. ettari 1 ha = 10.000 m ²	
height (h)	l' altezza (h) pl. altezze	
hexagon	l' esagono pl. esagoni	
highest common factor (HCF / GCD)	il massimo comune divisore (MCD)	Highest common factor
hundreds (h)	le centinaia (h)	Natural numbers and the decimal system
hundredths (c) 0,01 = one hundredth = 1/100	i centesimi (c) 0,01 = un centesimo = 1/100	
hyperbola	l' iperbole (equilatera) pl. iperboli	
hypotenuse The side opposite the right angle: it is the longest side.	l' ipotenusa pl. ipotenuse Il lato opposto all'angolo retto: è il lato più lungo.	
identity element (0 in addition, 1 in multiplication)	l' elemento neutro	The four operations and their properties
image (A') A' is read «A primo» (A prime): it is the image of A.	l' immagine (A') pl. immagini A' si legge «A primo»: è l'immagine di A.	
imperative (verb form) In the textbook verbs are in the imperative: calcola, scrivi, disegna.	l' imperativo Nel libro i verbi sono all'imperativo: calcola, scrivi, disegna.	
impossible event (probability 0)	l' evento impossibile	
impossible, meaningless «Division by zero is impossible.»	impossibile «La divisione per zero è impossibile.»	The four operations and their properties

ENGLISH	ITALIANO	UNIT · UNITÀ
improper fraction Numerator larger than the denominator: 5/4.	la frazione impropria pl. frazioni improprie Numeratore maggiore del denominatore: 5/4.	Fractions
in all, in total	in tutto (in totale)	
in decreasing order	in ordine decrescente	
in equal parts	in parti uguali	
in increasing order	in ordine crescente	
in terms of π «A = $25\pi \text{ cm}^2$ »: you don't multiply by 3,14.	in funzione di π «A = $25\pi \text{ cm}^2$ »: non si moltiplica per 3,14.	
incentre (where the angle bisectors meet)	l' incentro	
increase	l' aumento pl. aumenti	
increased by «a increased by 5» = $a + 5$	aumentato di «a aumentato di 5» = $a + 5$	
independent variable (x)	la variabile indipendente (x)	
infinite, endless	infinito pl. infiniti	Multiples and least common multiple
infinitive (basic verb form) In the dictionary you find the infinitive: calcolare, scrivere.	l' infinito Nel dizionario trovi l'infinito: calcolare, scrivere.	
inscribed in «quadrato inscritto in una circonferenza» = the vertices are on the circumference.	inscritto in pl. iscritti «quadrato inscritto in una circonferenza» = i vertici sono sulla circonferenza.	
instructions (of an exercise)	la consegna pl. consegne	
integers / signed numbers (positive, negative and 0)	i numeri relativi	
interest	l' interesse pl. interessi	
intersecting lines	le rette incidenti	Point, line, plane
invariance property (subtraction and division)	la proprietà invariante (sottrazione e divisione)	The four operations and their properties

ENGLISH	ITALIANO	UNIT · UNITÀ
inverse formula (for another quantity) From $A = b \times h$ you get the inverse formulas $b = A : h$ and $h = A : b$.	la formula inversa pl. formule inverse Da $A = b \times h$ si ricavano le formule inverse $b = A : h$ e $h = A : b$.	Perimeter and area
inverse operation	l' operazione inversa pl. operazioni inverse	The four operations and their properties
inverse proportion	la proporzionalità inversa $y = k/x$	
inversely proportional	inversamente proporzionali	
irrational number It has infinitely many non-repeating decimal digits: $\sqrt{2} = 1,4142\dots$	il numero irrazionale pl. numeri irrazionali Ha infinite cifre decimali non periodiche: $\sqrt{2} = 1,4142\dots$	
isometry (shape and size stay the same) Translation, rotation and symmetries are isometries.	l' isometria pl. isometrie Traslazione, rotazione e simmetrie sono isometrie.	
isosceles It has 2 congruent sides. Plural: isosceli.	isoscele pl. isosceli Ha 2 lati congruenti. Plurale: isosceli.	
isosceles trapezium	il trapezio isoscele pl. trapezi isosceli	
itself «every number is divisible by itself» = $7 : 7 = 1$.	se stesso «ogni numero è divisibile per se stesso» = $7 : 7 = 1$.	Divisibility, divisors and prime numbers
kilogram (kg) Also called «chilo» (kilo).	il chilogrammo (kg) pl. chilogrammi Si dice anche «chilo».	
kite	il deltoide (aquilone) pl. deltoidi	
last digit	l' ultima cifra pl. ultime cifre	Divisibility, divisors and prime numbers
lateral surface area (SI)	la superficie laterale (SI)	
least common multiple (LCM)	il minimo comune multiplo (mcm)	Multiples and least common multiple
least, smallest	minimo	Multiples and least common multiple
left-hand side / right-hand side	il primo membro / secondo membro	

ENGLISH	ITALIANO	UNIT · UNITÀ
leg (side next to the right angle) The two sides that form the right angle.	il cateto pl. cateti I due lati che formano l'angolo retto.	
length	la lunghezza pl. lunghezze	
less than (<)	minore di (<)	
letter	la lettera pl. lettere	
letter (variable)	la lettera (variabile) pl. lettere	
letter part In $3a^2b$ the letter part is a^2b .	la parte letterale In $3a^2b$ la parte letterale è a^2b .	
like terms They have the same letter part: $3ab$ and $-5ab$.	i monomi simili Hanno la stessa parte letterale: $3ab$ e $-5ab$.	
line It is named with a small letter: r , s .	la retta pl. rette Si indica con una lettera minuscola: r , s .	Point, line, plane
line of symmetry	l' asse di simmetria pl. assi di simmetria	
line segment	il segmento pl. segmenti	
linear function ($y = mx + q$)	la funzione lineare ($y = mx + q$)	
list	l' elenco pl. elenchi	Multiples and least common multiple
litre (l)	il litro (l) pl. litri $1\text{ l} = 1\text{ dm}^3$	
longer base, shorter base	la base maggiore, base minore	
lowest common denominator Watch out: m.c.d. (lowest common denominator) is not M.C.D. (highest common factor)!	il minimo comune denominatore (m.c.d.) Attenzione: m.c.d. (minimo comune denominatore) non è il M.C.D. (massimo comune divisore)!	Fractions
mass (weight)	la massa (peso)	
mean (average) sum of the data : number of data	la media aritmetica somma dei dati : numero dei dati	
mean proportional	il medio proporzionale	

ENGLISH	ITALIANO	UNIT · UNITÀ
meaningless «0° is meaningless.»	privo di significato «0° è privo di significato.»	Powers
means In $a : b = c : d$ the means are b and c.	i medi In $a : b = c : d$ i medi sono b e c.	
median It joins a vertex to the midpoint of the opposite side.	la mediana pl. mediane Unisce un vertice al punto medio del lato opposto.	
median	la mediana (in statistica)	
mentally (without pen or calculator)	a mente	
metre (m)	il metro (m) pl. metri	Perimeter and area
metric system	il sistema metrico decimale	
midpoint	il punto medio pl. punti medi	
million	il milione pl. milioni	
minuend	il minuendo pl. minuendi	The four operations and their properties
minus (–)	meno (–)	
minutes (′) and seconds (″)	i primi (′) e secondi (″) $1^\circ = 60' \ 1' = 60''$	Angles
mixed number Not used much in Italian textbooks: the improper fraction (7/3) is written instead.	il numero misto pl. numeri misti Nei libri italiani si usa poco: si scrive la frazione impropria (7/3).	Fractions
mixed recurring decimal	periodico misto	
mode The value that appears most often.	la moda Il dato che compare più volte.	
monomial	il monomio pl. monomi	
moving a term to the other side (the sign changes) A term moves to the other side by changing its sign.	la regola del trasporto Un termine passa all'altro membro cambiando segno.	
multiple	il multiplo pl. multipli	Multiples and least common multiple

ENGLISH	ITALIANO	UNIT · UNITÀ
multiples and submultiples (of a unit) km is a multiple of the metre, cm is a submultiple.	i multipli e sottomultipli (di un'unità) km è un multiplo del metro, cm è un sottomultiplo.	
multiplication	la moltiplicazione pl. moltiplicazioni	Multiples and least common multiple
natural number	il numero naturale pl. numeri naturali	Multiples and least common multiple
negative number	il numero negativo pl. numeri negativi	
net (of a solid)	lo sviluppo (di un solido) pl. sviluppi	
net weight (without packaging)	il peso netto	
next (number)	successivo	Natural numbers and the decimal system
non-repeating part In 0,1666... the non-repeating part is 1.	l' antiperiodo In 0,1666... l'antiperiodo è 1.	
number line	la retta dei numeri	Natural numbers and the decimal system
number line (with direction)	la retta orientata	
number tables	le tavole numeriche	
numerator	il numeratore pl. numeratori	
obtuse angle (more than 90°)	l' angolo ottuso pl. angoli ottusi	
obtuse-angled	ottusangolo pl. ottusangoli	
octagon	l' ottagono pl. ottagoni	
odd It does not change in the plural: i numeri dispari.	dispari Non cambia al plurale: i numeri dispari.	Natural numbers and the decimal system
one and only one «Through two points there passes one and only one line.»	una e una sola «Per due punti passa una e una sola retta.»	Point, line, plane
one solution / infinitely many / no solution	determinata / indeterminata / impossibile	
open bracket	aperta parentesi	

ENGLISH	ITALIANO	UNIT · UNITÀ
operation	l' operazione pl. operazioni	
opposite angles	gli angoli opposti	
opposite numbers +3 and -3 are opposites.	i numeri opposti +3 e -3 sono opposti.	
opposite sides	i lati opposti	
opposite to «il lato opposto all'angolo retto» = the hypotenuse.	opposto a pl. opposta, opposti, opposte «il lato opposto all'angolo retto» = l'ipotenusa.	
order of magnitude	l' ordine di grandezza	Powers
ordinal number (first, second...) first, second, third... Also written 1°, 2°, 3°.	il numero ordinale pl. numeri ordinali primo, secondo, terzo... Si scrive anche 1°, 2°, 3°.	
origin (O)	l' origine degli assi (O)	
original price	il prezzo iniziale	
orthocentre (where the three heights meet)	l' ortocentro	
outline, boundary	il contorno pl. contorni	Perimeter and area
over (when reading a fraction) «a over 2» = $a/2$	fratto «a fratto 2» = $a/2$	
pair (2) Irregular plural: due paia.	il paio pl. paia Plurale irregolare: due paia.	
parallel (ll)	parallelo (ll) pl. paralleli	
parallel lines	le rette parallele	Point, line, plane
parallelogram It is masculine: «il parallelogramma», «i parallelogrammi».	il parallelogramma pl. parallelogrammi È maschile: «il parallelogramma», «i parallelogrammi».	
passing through «the line passing through A and B»	passante per «la retta passante per A e B»	Point, line, plane
pentagon	il pentagono pl. pentagoni	

ENGLISH	ITALIANO	UNIT · UNITÀ
per cent (%) 25% is read «venticinque per cento» (twenty-five per cent).	per cento (%) 25% si legge «venticinque per cento».	
percentage	la percentuale pl. percentuali	
perfect square A number like 1, 4, 9, 16, 25...: its square root is a whole number.	il quadrato perfetto pl. quadrati perfetti Un numero come 1, 4, 9, 16, 25...: la sua radice quadrata è un numero intero.	Pythagoras' theorem
perimeter (2p) In Italy the perimeter is written 2p; p is the semi-perimeter (half).	il perimetro (2p) pl. perimetri In Italia il perimetro si indica con 2p; p è il semiperimetro (la metà).	
perpendicular (⊥)	perpendicolare (⊥) pl. perpendicolari	
perpendicular bisector The line perpendicular to the segment at its midpoint.	l' asse (di un segmento) pl. assi Retta perpendicolare al segmento nel suo punto medio.	
perpendicular lines	le rette perpendicolari	Point, line, plane
pi (π)	il pi greco (π) π ≈ 3,14	
pictogram	l' ideogramma pl. ideogrammi	
pie chart	l' aerogramma (grafico a torta) pl. aerogrammi	
place value The same digit is worth more or less depending on its position: in 33 the first 3 is worth 30.	il valore posizionale La stessa cifra vale di più o di meno secondo la posizione: in 33 il primo 3 vale 30.	Natural numbers and the decimal system
plane It is named with a Greek letter: α (alpha), β (beta).	il piano pl. piani Si indica con una lettera greca: α (alfa), β (beta).	Point, line, plane
plane figure	la figura piana pl. figure piane	
plus (+)	più (+)	
point It is named with a capital letter: A, B, P.	il punto pl. punti Si indica con una lettera maiuscola: A, B, P.	Point, line, plane

ENGLISH	ITALIANO	UNIT · UNITÀ
point of contact	il punto di tangenza pl. punti di tangenza	
point symmetry	la simmetria centrale	
polygon	il poligono pl. poligoni	
polyhedron	il poliedro pl. poliedri	
polynomial	il polinomio pl. polinomi	
positive number	il numero positivo pl. numeri positivi	
possible outcomes	i casi possibili	
postulate (axiom)	il postulato (assioma) pl. postulati	Point, line, plane
power	la potenza pl. potenze	Multiples and least common multiple
power of 10	la potenza di 10 pl. potenze di 10	Powers
previous (number)	precedente	Natural numbers and the decimal system
price	il prezzo pl. prezzi	
prime factor	il fattore primo pl. fattori primi	Multiples and least common multiple
prime factorisation	la scomposizione in fattori primi	Multiples and least common multiple
prime number Watch out: «i primi numeri» means «the numbers at the start» (1, 2, 3...).	il numero primo pl. numeri primi Attenzione: «i primi numeri» significa «i numeri all'inizio» (1, 2, 3...).	Multiples and least common multiple
prism It is masculine: «il prisma».	il prisma pl. prismi È maschile: «il prisma».	
probability favourable outcomes : possible outcomes	la probabilità casi favorevoli : casi possibili	
product (result of a multiplication)	il prodotto pl. prodotti	Multiples and least common multiple

ENGLISH	ITALIANO	UNIT · UNITÀ
profit	il guadagno pl. guadagni	
projection	la proiezione pl. proiezioni	Pythagoras' theorem
proper fraction Numerator smaller than the denominator: 3/4.	la frazione propria pl. frazioni proprie Numeratore minore del denominatore: 3/4.	Fractions
proportion	la proporzione pl. proporzioni	
protractor	il goniometro pl. goniometri	Angles
pure recurring decimal	periodico semplice	
pyramid	la piramide pl. piramidi	
Pythagoras' theorem	il teorema di Pitagora	Pythagoras' theorem
Pythagorean triple Three whole numbers like 3, 4, 5: $3^2 + 4^2 = 5^2$.	la terna pitagorica pl. terne pitagoriche Tre numeri interi come 3, 4, 5: $3^2 + 4^2 = 5^2$.	Pythagoras' theorem
quadrant	il quadrante pl. quadranti	
quadrilateral	il quadrilatero pl. quadrilateri	
quantity	la grandezza pl. grandezze	
question	la domanda pl. domande	
quotient (result of a division)	il quoziente pl. quozienti	
radicand In $\sqrt{49}$ the radicand is 49.	il radicando pl. radicandi In $\sqrt{49}$ il radicando è 49.	
radius (r)	il raggio (r) pl. raggi	
random event	l' evento casuale (aleatorio)	
ratio	il rapporto pl. rapporti	

ENGLISH	ITALIANO	UNIT · UNITÀ
ray	la semiretta pl. semirette	Point, line, plane
reciprocal The reciprocal of $\frac{2}{5}$ is $\frac{5}{2}$.	il reciproco (inverso) pl. reciproci Il reciproco di $\frac{2}{5}$ è $\frac{5}{2}$.	Fractions
rectangle	il rettangolo pl. rettangoli	
recurring decimal	il numero decimale periodico pl. numeri decimali periodici	
reflection (line symmetry)	la simmetria assiale	
regular polygon All its sides and all its angles are congruent.	il poligono regolare pl. poligoni regolari Ha tutti i lati e tutti gli angoli congruenti.	
relative frequency frequency : total number of data	la frequenza relativa frequenza : numero totale dei dati	
relative to «l'altezza relativa alla base» = the height that falls on the base.	relativo a pl. relativa, relativi, relative «l'altezza relativa alla base» = l'altezza che cade sulla base.	
remainder	il resto pl. resti	Multiples and least common multiple
repeating block The part that repeats: in 0,333... the repeating block is 3.	il periodo pl. periodi La parte che si ripete: in 0,333... il periodo è 3.	
respectively	rispettivamente	
rhombus	il rombo pl. rombi	
right angle (90°)	l' angolo retto pl. angoli retti	
right trapezium	il trapezio rettangolo pl. trapezi rettangoli	
right-angled triangle	il triangolo rettangolo pl. triangoli rettangoli	
Roman numerals	i numeri romani	Natural numbers and the decimal system
root sign (√)	il simbolo di radice (√)	
rotation	la rotazione pl. rotazioni	

ENGLISH	ITALIANO	UNIT · UNITÀ
rounded down	per difetto	Natural numbers and the decimal system
rounded up	per eccesso	Natural numbers and the decimal system
rule of signs	la regola dei segni	
ruler	il righello pl. righelli	
rules for equations	i principi di equivalenza	
same base	stessa base	Powers
sample	il campione pl. campioni	
scale «scale 1 : 100.000»	la scala pl. scale «scala 1 : 100.000»	
scale factor (k)	il rapporto di similitudine (k)	
scalene It has 3 different sides.	scaleno pl. scaleni Ha 3 lati diversi.	
scales	la bilancia pl. bilance	
scientific notation	la notazione scientifica	Powers
secant	la retta secante pl. rette secanti	
sector	il settore circolare pl. settori circolari	
segment (of a circle)	il segmento circolare pl. segmenti circolari	
set of natural numbers (N)	l'insieme dei numeri naturali (N)	Natural numbers and the decimal system
side	il lato pl. lati	
sieve of Eratosthenes	il crivello di Eratostene	Divisibility, divisors and prime numbers
sign	il segno pl. segni	

ENGLISH	ITALIANO	UNIT · UNITÀ
similar figures Same shape, different size.	le figure simili Stessa forma, dimensioni diverse.	
slant height (pyramid); apothem (polygon) It is masculine: «l'apotema». In a pyramid it is the height of a side face.	l' apotema pl. apotemi È maschile: «l'apotema». Nella piramide è l'altezza di una faccia laterale.	
slanting side (leg)	il lato obliquo pl. lati obliqui	
small cross (X) In Italy the cross marks the chosen answer, not the wrong one!	la crocetta pl. crocette In Italia la crocetta segna la risposta scelta, non quella sbagliata!	
small letter «b minuscola» is also called «bi piccola» (small b).	la minuscola pl. minuscole «b minuscola» si dice anche «bi piccola».	
solid	il solido (figura solida) pl. solidi	
solid of revolution	il solido di rotazione pl. solidi di rotazione	
solution	la soluzione pl. soluzioni	
solution of an equation	la soluzione (radice) di un'equazione	
special products	i prodotti notevoli	
specific weight (density) weight = volume × specific weight	il peso specifico (ps) peso = volume × peso specifico	
sphere	la sfera pl. sfere	
square	il quadrato pl. quadrati	
square centimetre (cm²)	il centimetro quadrato (cm²) pl. centimetri quadrati	Perimeter and area
square metre (m²)	il metro quadrato (m²) pl. metri quadrati	Perimeter and area
square of a binomial	il quadrato del binomio $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	
square root	la radice quadrata pl. radici quadrate	

ENGLISH	ITALIANO	UNIT · UNITÀ
squared 5 ² is read «cinque al quadrato» or «cinque alla seconda».	al quadrato 5 ² si legge «cinque al quadrato» oppure «cinque alla seconda».	
starting point; origin	l' origine pl. origini	Point, line, plane
statistical survey	l' indagine statistica pl. indagini	
straight angle (180°)	l' angolo piatto	Angles
subtraction	la sottrazione pl. sottrazioni	
subtrahend	il sottraendo pl. sottraendi	The four operations and their properties
suitable, appropriate	opportuno pl. opportuni	
sum (result of an addition)	la somma pl. somme	
sum of the digits	la somma delle cifre	Divisibility, divisors and prime numbers
sum of the interior angles	la somma degli angoli interni	
sum times difference	la somma per differenza $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$	
supplementary angles (sum 180°)	gli angoli supplementari	
surface	la superficie pl. superfici	Perimeter and area
tangent It is perpendicular to the radius at the point of contact.	la retta tangente pl. rette tangenti È perpendicolare al raggio nel punto di tangenza.	
tare (weight of the packaging) gross weight = net weight + tare	la tara peso lordo = peso netto + tara	
tens (da)	le decine (da)	Natural numbers and the decimal system
tenths (d) 0,1 = one tenth = 1/10	i decimi (d) 0,1 = un decimo = 1/10	
terminating decimal	il numero decimale limitato pl. numeri decimali limitati	
the greatest possible number	il maggior numero possibile	Highest common factor

ENGLISH	ITALIANO	UNIT · UNITÀ
theorem It is masculine: «il teorema», even though it ends in -a.	il teorema pl. teoremi È maschile: «il teorema», anche se finisce in -a.	Pythagoras' theorem
thousand	mille pl. mila (duemila, tremila...)	
thousands (k)	le migliaia (k)	Natural numbers and the decimal system
thousandths (m)	i millesimi (m)	
time	il tempo	
times (×) «3 per 4» means 3×4 .	per (×) «3 per 4» significa 3×4 .	Multiples and least common multiple
times; time	la volta pl. volte	
to approximate (to) «approssima a meno di un decimo» = write the result with one digit after the comma.	approssimare (a meno di) «approssima a meno di un decimo» = scrivi il risultato con una cifra dopo la virgola.	Pythagoras' theorem
to be left «Quanti ne rimangono?» = how many are still there?	rimanere (restare) «Quanti ne rimangono?» = quanti ce ne sono ancora?	
to be missing «Quanto manca a 100?» = how much do I have to add to get to 100?	mancare «Quanto manca a 100?» = quanto devo aggiungere per arrivare a 100?	
to be ... more than «La base supera l'altezza di 4 cm» = $b = h + 4$ cm.	superare ... di «La base supera l'altezza di 4 cm» = $b = h + 4$ cm.	Perimeter and area
to bisect each other Said of diagonals. Synonym: «si bisecano».	dividersi scambievolmente a metà Si dice delle diagonali. Sinonimo: «si bisecano».	
to calculate	calcolare	Multiples and least common multiple
to carry out (an operation)	eseguire	
to check	controllare	
to check, to verify	verificare	Multiples and least common multiple
to choose Imperative: scegli.	scegliere Imperativo: scegli.	
to circle	cerchiare	
to collect like terms	ridurre i termini simili	

ENGLISH	ITALIANO	UNIT · UNITÀ
to colour	colorare	
to compare	confrontare	
to complete, to fill in	completare	Multiples and least common multiple
to construct (a figure) Imperative: costruisci.	costruire Imperativo: costruisci.	
to copy, to write down	riportare	
to cost	costare	
to cross out; to tick (X) a box	barrare	
to decide whether	stabilire se	Multiples and least common multiple
to divide in proportional parts	dividere in parti proporzionali	
to draw	disegnare	
to draw (a line)	tracciare	
to estimate	stimare	
to explain	spiegare	
to factorise, to break down	scomporre	Multiples and least common multiple
to find	trovare	
to find, to determine	determinare	Multiples and least common multiple
to give reasons Synonym: motivare.	giustificare Sinonimo: motivare.	
to identify, to find	individuare	Multiples and least common multiple
to indicate, to mark	indicare	
to insert, to fill in	inserire	
to join (two points) «Join points A and B.»	congiungere «Congiungi i punti A e B.»	
to line up in columns «Line the numbers up: comma under comma.»	incolonnare «Incolonna i numeri: virgola sotto virgola.»	
to list	elencare	

ENGLISH	ITALIANO	UNIT · UNITÀ
to match, to connect	collegare	
to measure	misurare	
to multiply	moltiplicare	Multiples and least common multiple
to pick at random	estrarre a caso	
to prove	dimostrare	
to put in order	ordinare	
to put over a common denominator	ridurre allo stesso denominatore	Fractions
to raise to a power	elevare a potenza	Powers
to recognise	riconoscere	
to reduce to lowest terms <i>Synonym: semplificare.</i>	ridurre ai minimi termini <i>Sinonimo: semplificare.</i>	Fractions
to represent (with a diagram)	rappresentare	
to round	arrotondare	
to simplify	semplificare	
to solve	risolvere	
to substitute <i>«Substitute a = 4.»</i>	sostituire <i>«Sostituisci a = 4.»</i>	
to take in (money) <i>Takings (incasso) are all the money received; profit (guadagno) is the takings minus the costs.</i>	incassare <i>L'incasso è tutto il denaro ricevuto; il guadagno è l'incasso meno le spese.</i>	
to underline	sottolineare	
to work out, to derive	ricavare	
to write	scrivere	
together again	di nuovo insieme	Multiples and least common multiple
total surface area (St)	la superficie totale (St)	
translation	la traslazione pl. traslazioni	
transversal	la trasversale pl. trasversali	Angles

ENGLISH	ITALIANO	UNIT · UNITÀ
trapezium	il trapezio pl. trapezi	
triangle	il triangolo pl. triangoli	
triple	il triplo	
unit conversion «Esegui le equivalenze» = convert the measurements into another unit.	l' equivalenza pl. equivalenze «Esegui le equivalenze» = trasforma le misure in un'altra unità.	
unit length (u) Areas are written in u^2 .	l' unità di misura (u) Le aree si scrivono in u^2 .	
unit of measurement	l' unità di misura pl. unità di misura	Perimeter and area
units (u)	l' unità (u) pl. unità	Natural numbers and the decimal system
unknown	l' incognita pl. incognite	
unknown term (x)	il termine incognito	
value of an expression	il valore di un'espressione	
VAT (sales tax) In Italy the most common rate of VAT (IVA) is 22%.	l' IVA In Italia l'IVA più comune è il 22%.	
vector It has a direction, a sense and a length (magnitude).	il vettore pl. vettori Ha direzione, verso e lunghezza (modulo).	
vertex	il vertice pl. vertici	
vertex angle	l' angolo al vertice	
vertically opposite angles They are always congruent.	gli angoli opposti al vertice Sono sempre congruenti.	Angles
volume	il volume pl. volumi	
what is asked	la richiesta pl. richieste	
whole (the unit "1"); integer «l'intero» = the whole thing that is divided into parts.	l' intero pl. interi «l'intero» = la cosa intera che si divide in parti.	Fractions

ENGLISH	ITALIANO	UNIT · UNITÀ
whole-number part	la parte intera	
with nothing left over	senza avanzi	Highest common factor
with opposite signs They have different signs: +2 and -7.	discordi Hanno segno diverso: +2 e -7.	
with the same perimeter Two isoperimetric figures have the same perimeter.	isoperimetrico pl. isoperimetrici Due figure isoperimetriche hanno lo stesso perimetro.	Perimeter and area
with the same sign They have the same sign: +2 and +7.	concordi Hanno lo stesso segno: +2 e +7.	
word problem Watch out: it is masculine, «il problema», even though it ends in -a.	il problema pl. problemi Attenzione: è maschile, «il problema», anche se finisce in -a.	
x-coordinate The x-axis is also called the axis of the ascisse.	l' ascissa (x) pl. ascisse L'asse x si chiama anche asse delle ascisse.	
y-coordinate The y-axis is also called the axis of the ordinate.	l' ordinata (y) pl. ordinate L'asse y si chiama anche asse delle ordinate.	
y-intercept (q)	l' ordinata all'origine (q)	
zero angle (0°)	l' angolo nullo	Angles
... is to ... as ... is to ... 3 : 4 = 6 : 8 is read «three is to four as six is to eight».	sta a ... come ... sta a 3 : 4 = 6 : 8 si legge «tre sta a quattro come sei sta a otto».	